PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
INSTITUTO DE ECONOMIA
SEGUNDO SEMESTRE DE 2000

EAE 350B TEORIA ECONOMETRICA I

GUIA DE ESTUDIO No. 1

Profesor : Viviana Fernández
Ayudantes : Paul Alvarado
Se Kyu Choi
Rodrigo Urcuyo

1) Verifique que para la siguiente matriz (la cual no es simétrica):

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$$

se tiene que $\dfrac{\partial(x'Ax)}{\partial x} = (A + A')x$, donde $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$, vector 2 x 1 cualquiera.

2) Demuestre que traza(A′A)= $\sum_i \sum_j a_{ij}^2$, donde A es una matriz cualquiera. Demuestre además que la traza(AB)=traza(BA), donde A y B son matrices conformables para la multiplicación pero no necesariamente cuadradas.

3) Dada la siguiente distribución de probabilidad conjunta:

	X		
Y	**0**	**1**	**2**
0	0,05	0,1	0,03
1	0,21	0,11	0,19
2	0,08	0,15	0,08

a) Encuentre Prob(Y<2) y Prob(Y=1|X≥1).
b) Calcule E(X), E(Y) y Cov(X, Y).

c) Encuentre E(Y|X) y Var (Y|X) y compruebe que:

$$Var(Y)=E_X[Var(Y|X)]+Var_X[E(Y|X)]$$

4) Sean X e Y dos variables aleatorias con primeros y segundos momentos dados por $E(X)=\mu_X$, $E(Y)=\mu_Y$, $var(X)=\sigma_{XX}$, $var(Y)=\sigma_{YY}$, y $cov(X, Y)=\sigma_{XY}$. Defínase $\gamma=\sigma_{XY}/\sigma_{XX}$, y $\alpha=\mu_Y-\gamma\mu_X$.

a) Demuestre que $Y-\alpha-\gamma X$ no está correlacionada con X. Encuentre su media y varianza.

b) Para constantes arbitrarias a y b, considere la variable aleatoria Z, donde $Z=Y-a-bX$. Encuentre los valores de a y b que minimizan $E(Z^2)$. *__Hint__*: recuerde que $E(Z^2) = var(Z) + (E(Z))^2$

5) Datos de producción para 22 firmas en una cierta industria producen los siguientes resultados, donde y = ln(producto) y x = ln(horas de trabajo):

$$\bar{y}=20,\ \sum_i (y_i-\bar{y})^2=100,\ \bar{x}=10,\ \sum_i (x_i-\bar{x})^2=60,\ \sum_i (x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})=30.$$

(a) Calcule los estimadores MICO α y β en el modelo:

$$y = \alpha + \beta x + \varepsilon$$

(b) Plantee el test de hipótesis requerido para contrastar la hipótesis $\beta=1$. Indique la distribución y grados de libertad de dicho test bajo el supuesto de que el error, ε, se distribuye normal y satisface los demás supuestos del modelo lineal clásico.

6) Suponga el siguiente modelo lineal:

$$y_i = \alpha+\beta x_i - \varepsilon_i\,,$$

$$f(\varepsilon_i)=\frac{1}{\lambda}e^{-\varepsilon_i/\lambda}, \qquad \varepsilon_i\geq 0.$$

Note que este modelo supone que todos los errores son positivos y que siguen una distribución exponencial. Demuestre que el estimador de la pendiente, $\hat{\beta}$, es insesgado pero el estimador del intercepto, $\hat{\alpha}$, es sesgado. Haga uso de que $E(\varepsilon_i)=\lambda$.

7) Se ha estimado la siguiente función de producción Cobb-Douglas para el sector metalúrgico:

Variable Dependiente: Logaritmo de la Producción (Valor Agregado)

Regresores	Coeficiente	Error estándar	Estadígrafo t
Constante	1,171	0,3268	3,583
Logaritmo natural del factor trabajo	0,603	0,126	4,787
Logaritmo natural del factor capital	0,3757	0,0853	4,402

Número de observaciones	27
Error estándar de la regresión	0,188
Suma de residuos al cuadrado	0,852
R^2	0,943
R^2 ajustado por grados de libertad	0,939

Matriz Varianza-Covarianza Estimada de los Coeficientes Estimados

	Constante	Logaritmo natural del factor trabajo	Logaritmo natural del factor capital
Constante	0,1068		
Logaritmo natural del factor trabajo	-0,01984	0,01568	
Logaritmo natural del factor capital	0,00189	-0,00961	0,0078

a) Utilice un test F para contrastar la hipótesis de retornos constantes a escala. Es decir, testee que la suma de los coeficientes del logaritmo del trabajo y del logaritmo del capital es igual a uno. Recuerde que el estadígrafo F visto en clase toma la forma:

$$\frac{(C\hat{\beta}-q)'(\hat{\sigma}^2 C(X'X)^{-1}C')^{-1}(C\hat{\beta}-q)}{J} \sim F(J, n\text{-}k),$$

Para responder esta pregunta, especifique claramente qué son C, $\hat{\beta}$, J, q, $\hat{\sigma}^2$, n y k en este caso.

b) El contraste de la hipótesis de retornos constantes a escala se puede llevar a cabo, alternativamente, con un test F que utiliza la suma de cuadrados residuales de los modelos restringido y no restringido.

i) ¿Cuál es el modelo no restringido en este caso?
ii) ¿Cómo estimaría el modelo restringido una vez que se ha impuesto la restricción de retornos constantes a escala?
iii) ¿Qué forma toma el estadígrafo F en este caso? ¿Cuál son sus grados de libertad?

8) Se han estimado las siguientes regresiones de empleo en Estados Unidos para el período 1947-1962:

Variable Dependiente: Empleo Total (Miles)

Coeficientes	Sector Agrícola	Sector No Agrícola	Conjunto
Constante	201.628	1.086.740	626.192
Año	-97,5838	-544,519	-321,051
Deflactor PGB	-40,5182	-23,3502	-31,9342
Tamaño fuerzas armadas	-0,208122	0,76472	0,278299
Error estándar regresión	148.074	676.748	2036,024
Suma de Cuadrados Residuales	241.184	5.037.866	107.780.171

Se pide contrastar la hipótesis de que los coeficientes para las regresiones del empleo del sector agrícola y no agrícola son iguales. Note que el tamaño de la muestra es 16 y el número de regresores en cada modelo es igual a 4.

9) Se han estimado las siguientes regresiones de empleo total en los Estados Unidos para el período 1947-1961 y 1947-1962:

Variable Dependiente: Empleo Total (Miles)

Coeficientes	1947-1961	1947-1962
Constante	1.459.400	1.169.090
Año	-721,76	-576,464
Deflactor PGB	-181,12	-19,761
Tamaño fuerzas armadas	-0,074937	-0,01045

Como se puede apreciar, los datos presentan una multicolinealidad severa. Por ejemplo, al agregar la observación de 1962 el coeficiente asociado al deflactor del PGB aumenta en un 800 por ciento.

a) Explique brevemente en qué consiste el problema de la multicolinealidad.

b) Para este caso en particular, se ha calculado que el número de condición de la matriz (normalizada) $X'X$ es 11.100,25. ¿Qué se entiende por número de condición de una matriz? ¿Qué tan grande es el número calculado arriba? ¿Qué otros métodos alternativos utilizaría usted para detectar la presencia de multicolinealidad?

c) Refiérase brevemente al estimador cresta (*ridge estimator*) y al método de componentes principales.