Cognome e Nome ...., classe 3 C

Verifica di matematica, 26 settembre 2005

Risolvere le seguenti equazioni:

(1) $\sqrt{x-2} = 5x - 1;$

(2) $\dfrac{1}{x-2} + \dfrac{1}{3x-1} = \dfrac{1}{4};$

(3) $\sqrt[3]{x-2} = \sqrt{x};$

(4) $\sqrt{x^2-9} + \sqrt{2x-x^2} = \sqrt{x}.$

Problema di geometria.

Sia ABC il triangolo isoscele avente $\overline{AC} = 4a$ e $A\hat{C}B = 120°$. Sul lato BC si prenda un punto D e per D si tracci la retta perpendicolare ad AB che incontra il prolungamento di AC in E. Detto H il punto medio di AB, determinare il punto D in modo che risulti:

$$\frac{\overline{EH}^2}{\overline{AD}^2 + \overline{EB}^2} = \frac{3}{10}.$$

Per una delle soluzioni trovate disegnare la figura soluzione corrispondente.

Cognome e Nome ...., classe 3 G

Verifica di matematica, 27 settembre 2005

Risolvere le seguenti equazioni:

(1) $8x^3 - 10x^2 - 37x + 30 = 0$;

(2) $\dfrac{1}{x-2} + \dfrac{1}{x+3} = \dfrac{1}{3}$;

(3) $x^4 + 3x^3 - 9x^2 - 15x + 20 = 0$.

Problema di geometria.

É assegnato il trapezio isoscele $ABCD$, con AB base maggiore. Sapendo che le due diagonali sono perpendicolari e si incontrano in H, mostrare che l'altezza del trapezio è congruente al segmento: $\dfrac{AB + DC}{2}$.

Posto $\overline{AB} = 4a$ determinare l'altezza del trapezio in modo tale che la sua area sia pari a $9a^2$.

Cognome e Nome ...., classe 4 E

Verifica di matematica, 29 settembre 2005

(1) Scrivere l'equazione della circonferenza passante per i punti A(1;1), B(-2;3) e O(0;0).

(2) Scrivere l'equazione della parabola passante per A(2;2) e B(-1;4) ed avente per asse di simmetria la retta $x = 1$.

(3) Assegnata la parabola di equazione: $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x$ determinare la retta tangente ad essa nel suo punto di ascissa 1.

(4) La retta di equazione $x + 3y - 4 = 0$ e la circonferenza di equazione
$$(x-3)^2 + (y-1)^2 = 25$$
sono tangenti, secanti oppure esterne?

(5) Utilizzando la definizione determinare l'equazione della parabola avente il fuoco in F(1;0) e direttrice la retta $y - x = 0$.

Facoltativo: determinare le coordinate del vertice della parabola.

(6) Scrivere l'equazione della circonferenza tangente alla retta $y = 2x$ nell'origine e passante per il punto P(4;4).

(7) É assegnata l'ellisse di equazione $\frac{15x^2}{16} + \frac{y^2}{16} = 1$. Dopo aver verificato che il punto P(1;1) appartiene a tale curva, determnare l'equazione della retta tangente in P alla curva assegnata.

(8) Scrivere l'equazione della retta tangente in O(0;0) alla circonferenza di equazione: $(x-4)^2 + (y-5)^2 = 41$.

(9) Determinare le equazioni delle rette tangenti alla parabola di equazione $y - x^2 = 0$ condotte dal punto P(1;0).

(10) Determinare i vertici e i fuochi dell'iperbole di equazione:
$$x^2 - y^2 + 4x + 6y = 0$$
.

Cognome e Nome ...., classe 3 C

Verifica di matematica, 17 ottobre 2005

(1) Disegnato il quadrato $ABCD$ di lato 4, sia M un punto del lato BC. Tracciata la retta AM sia P la proiezione ortogonale di C su tale retta. Determinare M in modo che risulti soddisfatta la seguente condizione:
$$\frac{PM}{CM} = \frac{1}{2}.$$
Costruire la figura soluzione del problema e la retta r tangente in P alla semicirconferenza di diametro MC e passante per P. Indicato con Q il punto comune alla retta DC ed alla retta tangente, calcolare l'area del triangolo mistilineo di vertici CPQ.

(2) Per calcolare π si può utilizzare la seguente formula:
$$\pi = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{16^k} \left(\frac{4}{8k+1} - \frac{2}{8k+4} - \frac{1}{8k+5} - \frac{1}{8k+6} \right).$$
Si richiede quanto segue:
(a) calcolare la somma S_3 dei primi tre termini di quella serie;
(b) scrivere le istruzioni di un programma TP che svolga i seguenti compiti:
- richiede all'inizio un numero intero positivo N;
- calcola la somma S_N ottenuta sommando i primi N termini della serie prima indicata;
- visualizza il valore S_N calcolato.

(3) E' assegnata la circonferenza di centro O e raggio r. Sia A un punto della circonferenza e B un punto della circonferenza appartenente al raggio perpendicolare al raggio OA. Preso un punto C su OA si tracci la retta BC che incontra la circonferenza in D. Tracciata per D la tangente alla circonferenza che incontra la retta OA in P. Mostrare che il triangolo CDP è un triangolo isoscele. (Potrà essere utile calcolare gli angoli presenti della figura).

(4) Disegnato il quadrato di lato L si procede come segue:
(a) si divide il quadrato in quattro quadrati uguali;
(b) si numerano i quadrati da 1 a 4;
(c) si elimina il quadrato contrassegnato dal numero 3;
(d) si ripetono tutte le operazioni dal punto (a) sul quadrato indicato con il numero 2.

Si determini:
(a) fissato un valore N la misura dell'area A_N della figura che si ottiene operando come indicato sopra N volte;
(b) la formula che permette di calcolare A area della regione piana ottenuta ripetendo infinite volte il procedimento prima descritto;
(c) A.

Cognome e Nome ...., classe 3 G

Verifica di matematica, 18 ottobre 2005

(1) Risolvere le seguenti equazioni:

(a) $\sqrt{x} = \sqrt{4-3x}$;

(b) $\sqrt{4x+2} = \sqrt[3]{x+2\sqrt{2}}$;

(c) $\sqrt{2x} + \sqrt{2x+4} = \sqrt{4x+9}$

(d) $8x^4 - 90x^3 + 271x^2 - 240x + 63 = 0$.

(2) Dato il quadrato $ABCD$ d lato 5, si prenda sul lato BC il punto M. Posto $\overline{CM} = x$ sidisegni la semiretta AM che incontra la semiretta DC in P. Indicato R il punto comune alla semiretta AC ed alla retta per P, ortogonale a DC, esprimere, al variare di M, l'area del triangolo APR. Per quale valore di x il triangoli APR è equivalente al quadrato? Costruire la figura soluzione.

(3) Dato l'arco AB di circonferenza di centro O e raggio r, con $A\hat{O}B = 90°$. Per A si trcci la retta t tangente all'arco. Detto M il punto medio del raggio OB, si traccino le semirette OP e MP che incontrano t rispettivamente in R e S. Determinare il punto P in modo che l'area del triangolo OPM risulti la metà dell'area del triangolo PRS. Determinare, nella figura soluzione, le funzioni goniometriche seno e coseno per l'angolo $P\hat{O}A$.

Cognome e Nome ...., classe 4 E

Verifica di matematica, 20 ottobre 2005

(1) Disegnata in un sistema di riferimento cartesiano la curva di equazione $y = \dfrac{x}{x-2}$ (curva omografica),
- indicare con s e t gli asintoti della curva;
- indicare con C il punto comune ai due asintoti, centro della curva;
- detto P un punto avente ascissa > 2, scrivere l'equazione della retta tangente in P alla curva, sia r;
- detti A e B i punti comuni alla retta r ed agli asintoti, verificare che il triangolo ABC ha area costante, determinare in particolare tale valore.

(2) Scrivere l'equazione della parabola avente per asse di simmetria la retta di equazione $x = 2$ e tangente nell'origine degli assi alla retta di equazione $r : y + x = 0$.

Scrivere l'equazione della circonferenza avente centro nel primo quadrante, raggio pari a $\sqrt{2}$ e tangente in O a r.

Indicata con t la retta parallela ad r, tangente alla circonferenza, siano A e B i punti comuni alla parabola ed alla retta t.

Determinare sull'arco AB di parabola un punto P in modo che risulti pari a 1 l'area del triangolo ABP. Quante soluzioni ammetter il problema?

(3) Dato il parallelogramma $ABCD$ avente il lato AB di misura 6, il lato BC di misura $\sqrt{5}$ e l'altezza relativa al lato AB di misura 2, si prendano sui lati AB, BC, CD e DA ripettivamente i punti E, F, G, H, in modo che risulti soddisfatta la condizione:

$$\frac{AE}{AB} = \frac{BF}{BC} = \frac{CG}{DC} = \frac{DH}{AD} = k < 1.$$

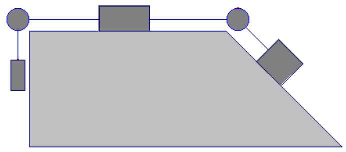
Verificare che il quadrilatero $EFGH$ è un parallelogramma. Determianre il rapporto tra l'area del quadrilatero $EFGH$ e l'area del quadrilatero $ABCD$. Per quale valore di k il quadrilatero $EFGH$ è un rettangolo, e per quale valore di k il quadrilatero è un rombo?

(*La dimostrazione della prima tesi potrà essere fatta sia per via sintetica che per via analitica*).

Cognome e Nome ...., classe 4 E

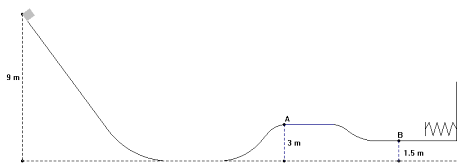
Verifica di fisica, 26 ottobre 2005

(1) Nel sistema in figura sono rappresentati tre corpi di masse rispettivamente $m_1 = 3kg, m_2 = 5kg, m_3 = 4kg$. Ammettendo che gli attriti risultano trascurabili e l'angolo alla base del piano inclinato risulta di $45°$ le funi sono inestendibili, rispondere alle seguenti domande:



(a) Indicare le forze agenti sui tre corpi;
(b) Determinare, dopo aver scelto opportuni sistemi di riferimento, le componenti dei vettori che rappresentano le forze e l'accelerazione dei singoli elementi;
(c) Determinare l'accelerazione del sistema.

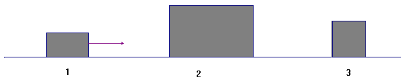
(2) Un oggetto di massa $m = 10kg$ può scivolare lungo il piano inclinato in figura. Determinare:



(a) l'altezza minima, sia h, in modo che il corpo lasciato libero di muoversi riesce a raggiungere la posizione indicata con A in figura;
(b) se il corpo viene lasciato libero dall'altezza pari a $h/2$ con velocità iniziale $v = 30m/s$ determinare quale velocità risulta avere nel punto B in figura;
(c) sempre nelle condizioni indicate nel punto precedente, determinare quale risulta essere l'accociamento massimo della molla, se il coefficiente di elasticità della molla è $k = 500N/m$

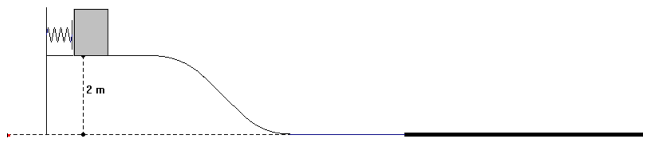
Si trascurino tutti gli attriti.

(3) In figura sono rappresentati tre corpi di masse rispettivamente $m_1 = 5kg, m_2 = 7kg, m_3 = 5kg$. Inizialmente risulta in movimento solo il corpo indicato con 1, con velocità $v = 10m/s$. Dopo il primo urto, tra i corpi 1 e 2, i due oggetti rimangono uniti e si muovono insieme. Mentre il secondo urto, tra i corpi 1-2 e 3, risulta essere un urto perfettamente elastico.



Determinare:
(a) la velocità dei due corpi dopo il primo urto;
(b) il primo urto risulta perfettamente elastico?
(c) le velocità dei corpi dopo il secondo urto.

(4) In figura è rappresentato un oggetto di massa $m = 2kg$ che comprime di $\Delta x = 0.3m$ una molla di costante elastica $k = 300N/m$.
(a) Determinare la velocità del corpo quando il sistema viene lasciato libero, il piano è privo di attrito.
(b) Quale velocità risulta avere il corpo quando arriva nel punto più basso del profilo? anche in questo caso si assuma il piano privo di attrito.
(c) Quale spazio percorre il corpo, prima di fermarsi, quando si muove sul piano indicato in neretto, avente coefficiente di attrito dinamico pari a $\mu_d = 0.3$?


2 m

Cognome e Nome ...., classe 3 ....

Verifica di fisica, 5 novembre 2005

(1) Utilizzando la calcolatrice scientifica calcolare il valore delle seguenti espressioni, scrivere il risultato in notazione scientifica, indicando tutti i decimali presenti sul visore.

(a)
$$\frac{\sqrt{3.88 \cdot 10^8} + (4.23 \cdot 10^2)^2}{3.98 \cdot 10^{-2} + 4.27 \cdot 10^{-3}} =$$

(b)
$$\cos\left(\frac{4.27 \cdot 10^3}{2.45 \cdot 10^2}\right) =$$

Cognome e Nome ...., classe 3 C

Verifica di matematica, 9 novembre 2005

(1) Risolvere le seguenti equazioni contenenti valori assoluti:
   (a) $|x+3|-2x=1$;
   (b) $\left|x^2-2x\right|=x+1$;
   (c) $|2x+3|-|x+4|=2$.

(2) Risolvere la seguente equazione:
$$\sum_{k=0}^{3}(-1)^{2k+1}kx^k=0.$$

(3) Sono assegnate le funzioni $f(x)=x^2+x$ e $g(x)=\sqrt{x+2}$. Determinare le funzioni composte $f\circ g$ e $g\circ f$.

(4) Determinare il campo di esistenza della funzione $f(x)=\dfrac{2x-3}{\sqrt{4x^2-20}}$, per quale valore di x tale funzione assume il valore 2?

(5) Nel piano cartesiano riferito ad un sistema di assi cartesiano ortogonale monometrico sono assegnati i punti: A(2,0), B(-1,1) e C(3k-2,k+1). Per quali valori di k il triangolo ABC è rettangolo sull'ipotenusa AB?

(6) Scrivere la funzione inversa della seguente funzione: $f(x)=\dfrac{2x-3}{4x+1}$.

(7) Per quali valori di x le due funzioni $f(x)=\dfrac{x^2-7x+10}{x-5}$ e $g(x)=x-2$, coincidono?

(8) Determianre il campo di esistenza delle due seguenti funzioni:
   (a) $f(x)=\dfrac{sign(2x-3)}{\sqrt{4x-2}}$;
   (b) $g(x)=\dfrac{\sqrt{4x-2}}{\sqrt{3x+9}}$.

Cognome e Nome ...., classe 3 C

Verifica di matematica, 9 novembre 2005

(1) Risolvere le seguenti equazioni contenenti valori assoluti:
   (a) $x + |3 - 2x| - 2x = 1$;
   (b) $\left|x^2 + 2x\right| = x - 1$;
   (c) $|2x + 3| - |x - 4| = 2$.

(2) Risolvere la seguente equazione:
$$\sum_{k=0}^{3} (-1)^{2k-1} k x^k = 0.$$

(3) Sono assegnate le funzioni $f(x) = \sqrt{x^2 + x}$ e $g(x) = x + 2$. Determinare le funzioni composte $f \circ g$ e $g \circ f$.

(4) Determinare il campo di esistenza della funzione $f(x) = \dfrac{\sqrt{2x-3}}{4x^2 - 20}$, per quale valore di x tale funzione assume il valore 2?

(5) Nel piano cartesiano riferito ad un sistema di assi cartesiano ortogonale monometrico sono assegnati i punti: A(2,0), B(-1,1) e C(3k-2,k+1). Per quali valori di k il triangolo ABC è rettangolo sull'ipotenusa BC?

(6) Scrivere la funzione inversa della seguente funzione: $f(x) = \dfrac{4x+1}{2x-3}$.

(7) Per quali valori di x le due funzioni $f(x) = \dfrac{x^2 - 7x + 10}{x - 2}$ e $g(x) = x - 5$, coincidono?

(8) Determianre il campo di esistenza delle due seguenti funzioni:
   (a) $f(x) = \dfrac{sign(4x-2)}{\sqrt{2x-3}}$;
   (b) $g(x) = \sqrt{\dfrac{4x-2}{3x+9}}$.

Cognome e Nome ...., classe 3 G

Verifica di matematica, 10 novembre 2005

(1) Risolvere le seguenti equazioni irrazionali:

(a) $\sqrt{4x+2} = x$;
(b) $\sqrt{x+1} + \sqrt{x+4} = \sqrt{x+3} + \sqrt{x+2}$;
(c) $\sqrt{4-x^2} = \sqrt{x-5}$;

(2) Risolvere le seguenti equazioni contenenti valori assoluti:

(a) $|2x-1| = |3x+4| + x$;
(b) $|x| - |x+1| = 2$;
(c) $\left|2x - x^2\right| - 1 = 0$.

(3) Calcolare il perimetro del triangolo avente per vertici i punti di coordinate A(1;1), B(2;5) e C(-1;4).

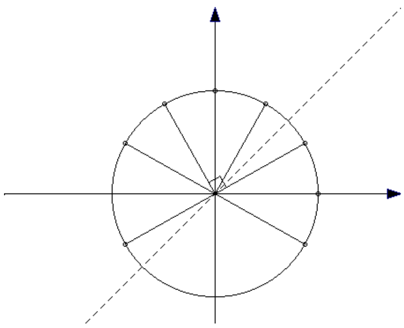
(4) Determinare il punto C sul segmento avente per estremi i punti A(-1;0) e B(5;3) in modo che risulti AC=5BC.

(5) Determinare il parametro reale k in modo che il triangolo di vertici A(2k;0), B(1;-1) e C(k;1+k) abbia il baricentro sull'asse delle ascisse (asse x).

(6) Determinare un punto C sull'asse delle ordinate (asse y) in modo che il triangolo di vertici A(-2;-1), B(1;2) e C risulti isoscele sulla base AB.

Cognome e Nome ...., classe 4 E

Verifica di matematica, 12 novembre 2005



(1) Completare la seguente tabella:

quadrante	$\alpha°$	$\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$\tan\alpha$
primo	$45°$			
secondo		$\frac{1}{3}$		
terzo			$-\frac{1}{5}$	
quarto			$\frac{2}{7}$	

(2) Semplificare le seguenti espressioni:

(a) $\sin(\pi+\alpha)\cos(\pi+\alpha)\left(\tan\alpha+\dfrac{1}{\tan(\alpha+\pi)}\right)$

(b) $\dfrac{1+\cos(\pi+\alpha)}{1-\cos(\pi+\alpha)}-\dfrac{1+2\cos(\pi+\alpha)}{\sin^2(\pi+\alpha)}$

(c) $\dfrac{1-\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)}{\tan(\pi-\alpha)}\tan(\pi-\alpha)-\tan\alpha-\dfrac{1+\cos(\pi-\alpha)}{\sin(-\alpha)\cos(-\alpha)}$

(d) $\sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)-\dfrac{1}{\tan\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)}-\cos\alpha.$

(3) Calcolare il valore della seguente espressione:

$$\frac{\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)}{1+\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)}\cdot\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)+\frac{1-\sin^2\left(\frac{\pi}{6}\right)}{1+\cos^2\left(\frac{3}{4}\pi\right)}.$$

(4) Verificare le seguenti identità goniometriche:

(a) $\dfrac{\cos\alpha}{1+\sin\alpha}-\dfrac{2\sin\alpha}{1-\sin\alpha}=\dfrac{\cos\alpha-2\sin\alpha}{\cos^2\alpha}-\tan\alpha-\tan^2\alpha$

(b) $2\sin^2(\pi-\alpha)+\cos^4\alpha-\sin^4(\pi-\alpha)=1$

(5) Dimostrare la seguente formula:

$$\cos\alpha=\pm\frac{1}{\sqrt{1+\tan^2\alpha}}.$$

Cognome e Nome ...., classe 3 G

Verifica di fisica

(1) Utilizzando la calcolatrice, determinare i valori delle seguenti espressioni. Esprimere il risultato in notazione scientifica.

(a) $\sqrt[4]{\dfrac{2.57 \cdot 10^4 - 2.41 \cdot 10^4}{9.87 \cdot 10^5 + 2.12 \cdot 10^5}}$;

(b) $\left(\dfrac{9.12 \cdot 10^{-3} - 8.15 \cdot 10^{-4}}{\sqrt[4]{3.12 \cdot 10^{13}}}\right)^{-3}$;

(c) $\sin(82°12'11'')\dfrac{\sqrt[3]{9.27 \cdot 10^8}}{12!}$.

(2) Caclolare il valore delle seguenti espressioni:

(a) $\dfrac{4.23 \pm 0.05}{(8.27 \pm 0.03)^2}$;

(b) $(8.32 \pm 0.04)(1.325 \pm 0.003)$.

(3) Determinare il tipo di funzione che rappresenta meglio la relazione che intercore tra la variabile x e le variabili y delle funzioni sotto riportate, sapendo che può risultare: $y = \dfrac{a}{x}, y = \dfrac{a}{x^2}, y = \dfrac{a}{x^3}$.

x	y_1	y_2
4	0.97	0.321
8	0.53	0.0035
12	0.35	0.0012
16	0.24	0.0005

Determinare infine il valore di a.

(4) Sono stati effettuate varie misure dei semiassi di una ellisse (che verranno nel seguito indicati con a e b) e sono stati ottenuti i seguenti valori:

N	a (m)	b (m)
1	4.123	8.02
2	4.185	8.10
3	4.167	7.96
4	4.105	7.95
5	4.173	8.02

Sapendo che la misura della superficie dell'ellisse si può calcolare utilizzando la seguente formula: $S = \pi ab$, determinare il valore approssimato della superficie.

(5) Si considerino i punti sperimentali rappresentati in figura. Possiamo dire che tra la variabile x e la variabile y vale la relazione del tipo: $y = \dfrac{a}{x}$? giusticare la risposta. Disegnare la miglior retta che passa per tali punti. Utilizzando il grafico ottenuto determinare il valore di y se $x = 5.2$.

Cognome e Nome ...., classe 4 E

Verifica di fisica

(1) Nel sistema in figura le due masse sono rispettivamente di $m_1 = 2.0kg$ e $m_2 = 5kg$, mentre il coefficiente di elasticità della molla è pari a $k = 800N/m$.
  (a) Disegnare, sul foglio di risposta del compito, le forze che agiscono sui due corpi.
  (b) Fissati opportuni sistemi di riferimento si indichino le componenti dei vari vettori;
  (c) Determinare, in condizione di equilibrio, la deformazione della molla.
  (d) Se si elimina l'azione della molla determinare l'accelerazione del sistema.

(2) Un oggeto di massa $m = 3.5kg$ cade sulla molla di costante di elasticità $k = 1000N/m$ come in figura.
  (a) Determinare la massima deformazione verticale della molla.
  (b) Da quale altezza si deve far cadere il corpo, sapendo che viaggia da quel punto con velocità diretta verso il basso di modulo $v = 1.0m/s$, in modo che la deformazione della molla sia la metà della deformazione calcolata al punto precedente?

(3) Un corpo di massa $m_1 = 0.5kg$ scivola lungo il profilo in figura. Sapendo che viene lasciato libero dall'altezza $h = 2m$:

(a) determinare la sua velocità nel punto più basso del profilo;

(b) determinare successivamente la velocità del corpo dopo che ha urtato elasticamente un corpo di massa $m_2 = 4m_1$ (scrivere in particolare le equazioni che devono soddisfare le velocità prima e dopo l'urto);

(c) se il secondo corpo viaggia da destra verso sinistra con velocità in modulo $v = 1.0m/s$, determinare la velocità dei due corpi dopo l'urto (anche in questo caso scrivere le equazioni che devono soddisfare le velocità dei due corpi prima e dopo l'urto).

(4) Un corpo di massa m_1 viene lasciato libero lungo il profilo in figura da un'altezza h. Urta il corpo posto alla base ed avente massa $m_2 = 3m_1$ e rimane unito ad esso.

(a) Determinare la velocità dei due corpi dopo l'urto;

(b) da quale altezza minima deve essere lasciato libero il corpo in modo che dopo l'urto i due corpi uniti riescano a raggiungere il punto posto ad altezza 2m?

Cognome e Nome ...., classe 3 H

Verifica di fisica

(1) Utilizzando la calcolatrice, determinare i valori delle seguenti espressioni. Esprimere il risultato in notazione scientifica.

(a) $\sqrt[5]{\dfrac{3.57 \cdot 10^4 - 3.41 \cdot 10^4}{9.87 \cdot 10^5 + 2.12 \cdot 10^5}}$;

(b) $\left(\dfrac{9.12 \cdot 10^3 - 8.15 \cdot 10^4}{\sqrt[3]{3.12 \cdot 10^{12}}}\right)^{-3}$;

(c) $\cos(48°12'11'')\dfrac{\sqrt[4]{8.27 \cdot 10^8}}{14!}$.

(2) Caclolare il valore delle seguenti espressioni:

(a) $\dfrac{(4.23 \pm 0.05)^2}{(8.27 \pm 0.03)}$;

(b) $(8.32 \pm 0.04)(4.235 \pm 0.002)$.

(3) Determinare il tipo di funzione che rappresenta meglio la relazione che intercore tra la variabile x e le variabili y delle funzioni sotto riportate, sapendo che può risultare: $y = \dfrac{a}{x}, y = \dfrac{a}{x^2}, y = \dfrac{a}{x^3}$.

x	y_1	y_2
4	0.97	0.321
8	0.53	0.0035
12	0.35	0.0012
16	0.24	0.0005

Determinare infine il valore di a per ogni relazione indicata.

(4) Sono stati effettuate varie misure dei semiassi di una ellisse (che verranno nel seguito indicati con a e b) e sono stati ottenuti i seguenti valori:

N	a (m)	b (m)
1	6.123	8.02
2	6.185	8.10
3	6.167	7.96
4	6.105	7.95
5	6.173	8.02

Sapendo che la misura della superficie dell'ellisse si può calcolare utilizzando la seguente formula: $S = \pi ab$, determinare il valore approssimato della superficie.

(5) Si considerino i punti sperimentali rappresentati in figura. Possiamo dire che tra la variabile x e la variabile y vale la relazione del tipo: $y = ax$? giusticare la risposta. Disegnare la miglior retta che passa per tali punti. Utilizzando il grafico ottenuto determinare il valore di y se $x = 5.2$.

Cognome e Nome ...., classe 3 G

Verifica di matematica, 13 dicembre 2005

(1) É assegnata la famiglia di rette avente per equazione:

$$(k-1)x+2ky-k+3=0$$

Determinare il valore da attribuire al parametro reale k in modo che:
(a) la retta risulti parallela all'asse delle ascisse;
(b) la retta risulti parallela all'asse delle ordinate;
(c) la retta risulti parallela alla retta di equazione: $2y-x+1=0$;
(d) la retta passa per il punto P(2;3).

(2) In un sistema di coordinate cartesiane Oxy si determinino le coordinate dei vertici del triangolo ABC, avente per lati le seguenti rette:

$$AB: x+y-2=0, AC: 2y-3x+6=0; BC: 3y-2x-6=0.$$

Dopo aver verificato analiticamente che tale triangolo è isoscele, determinare l'area del triangolo e il suo perimetro.

Detti M e N i punti medi dei lati BC e AC, mostrare analiticamente che la retta MN è parallela al lato AB.

(3) É assegnato il quadrato ABCD di lato 3. Preso un punto P sulla diagonale AC e posto $\overline{AP}=x\sqrt{2}$, si tracci per P la retta ortogonale ad AC, che incontra il alto DC in Q, e la retta parallela al lato BC, che incontra il lato AB in R.
(a) Per quali valori di x il punto Q appartiene al lato DC, come richiesto dal problema?
(b) Determinare al variare di x le misure dei segmenti QP, PR e QR.
(c) Per quali valori di x risulta:

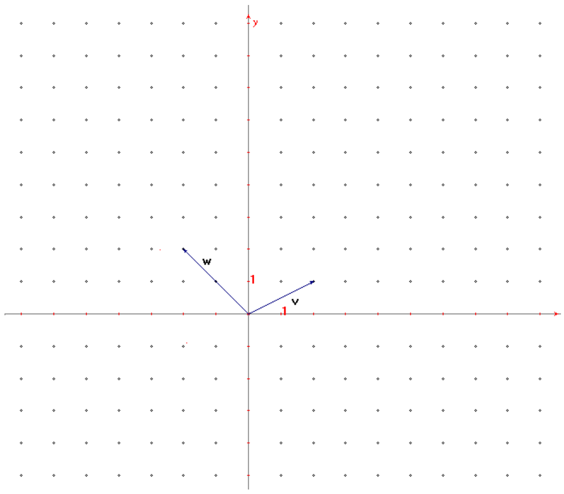
$$\frac{\overline{QR}^2}{\overline{QP}^2+\overline{PR}^2}=\frac{19}{10}.$$

(d) Costruire con riga e compasso la figura soluzione.

Cognome e Nome ...., classe 3 G/H

Verifica di fisica, 21 dicembre 2005

(1) Sono assegnati i due vettori in figura.



Disegnare i seguenti vettori:

(a) $\mathbf{a} = \frac{1}{2}\mathbf{w} - \mathbf{v}$;

(b) $\mathbf{b} = \mathbf{v} - 2\mathbf{w}$;

(c) $\mathbf{c} = 3\mathbf{v} + \mathbf{w}$.

(2) La posizione di un punto materiale è descritto dalla seguente legge oraria $P(t) = (2 + t, t^2)$ (le coordinate sono espresse in metri e la variabile t in secondi). Rappresentare in un piano cartesiano le posizioni occupate dal punto materiale per $t = 0s$, $t = 2s$ e $t = 4s$. Calcolare il modulo del vettore $\mathbf{v}_M$, velocità meda del punto materiale, nell'intervallo [2s,4s]. Esprimere tale velocità in km/h e in km/s.

(3) Un punto materiale si muove su di una retta, sapendo che la legge oraria è la seguente: $P(t) = 3t^3$. Calcolare il modulo della velocità istantanea per $t = 1s$.

(4) Da osservazioni sperimentali si è notato che lo spazio percorso da un punto materiale in movimento in funzione del tempo impiegato per muoversi è riportato nella seguente tabella.

t	s
0	0.00
1	0.40
2	1.60
3	3.60
4	6.40
5	10.00
6	14.40
7	19.60
8	25.60
9	32.40

Che relazione intercorre tra s e t?
Giustificare adeguatamente la risposta.

(5) Un parallelepipedo a base quadrata risulta avere le seguenti dimensioni: $a = 12.00 \pm 0.04$ e $b = 8.155 \pm 0.001$. Calcolare il volume di tale solido sapendo che $V = ab^2$. Sapendo che la massa di tale oggetto è $m = (200.0 \pm 0.8)g$, determinare la densità di tale oggetto sapendo che può essere espressa dal seguente rapporto: $\rho = \dfrac{m}{V}$.

Calcolare i seguenti limiti:

$$\lim_{x\to 3}\frac{\sqrt{x}-\sqrt{3}}{x^2-9};\ \lim_{x\to 2^-}\frac{\sqrt{2-x}}{3x-x^2-2};\ \lim_{x\to -1}\frac{3x^3+x^2-x+1}{x^3-1};$$
$$\lim_{x\to 5}\frac{2x^2-10x}{2x^2-3x+1};\ \lim_{x\to\infty}(\sqrt{4x^2+1}-2x).$$

Studiare le seguenti funzioni e disegnare il grafico probabile.

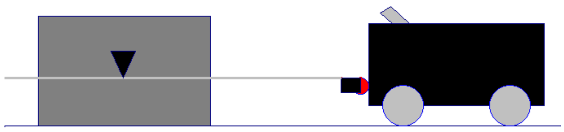
$$f(x)=\frac{4x+1}{x^2-9x};\ f(x)=\frac{\sqrt{x}}{x^2-2x+1}.$$

Moto rettilineo

Prima parte

Vogliamo studiare il moto di un corpo. Disponiamo dei seguenti strumenti:

- rotaia;
- carrello;
- marcatempo;
- striscia di carta.



Montata la strumentazione come in figura (facendo attenzione di porre la striscia di carta con la parte più chiara verso il basso); attivare il marcatempo e, successivamente, il carrello. Lasciare libero il carrello, facendo attenzione che termini il moto prima della fine della rotaia. Recuperare la striscia di carta, avendo cura di indicare sulla stessa gli estremi dell'esperienza fatta.

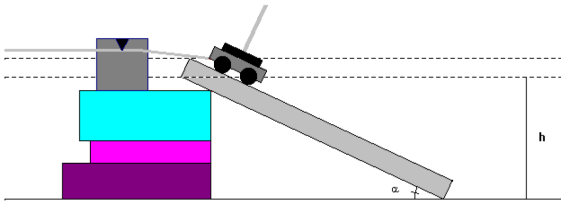
Per costruire la tabella dei dati, che dovranno successivamente essere trattati ed analizzati, determinare lo spazio percorso dal carrello in funzione del tempo.

Nella relazione dovrà comparire quanto segue:

- tabella contenente le misurazioni di s e di t;
- analisi della relazione tra le due grandezze prima indicate;
- tipo di moto e legge oraria dello stesso.

Seconda parte

In questo caso si deve porre la rotaia inclinata rispetto al piano di lavoro ed utilizzando il secondo carrello a disposizione. Si possono utilizzare alcuni libri per poter realizzare quanto indicato; controllare, prima di inserire la striscia di carta, che effettivamente il carrello si muova con l'inclinazione scelta.



Anche in questo caso si dovrà determinare lo spazio percorso dal carrello in funzione del tempo trascorso. Dopo aver determinato la lunghezza della rotaia, misurare l'altezza h indicata in figura (serviranno in seguito!). Effettuare alcune misurazioni con altezze diverse.

Nella relazione dovrà comparire quanto segue:

- tabella contenente le misurazioni di s e di t;
- il valore di h e la misura dell'angolo α;
- analisi della relazione tra le due grandezze prima indicate;
- tipo di moto e legge oraria dello stesso.

Cognome e Nome ...., classe 3 C

Verifica di matematica, 23 gennaio 2006

(1) Sia AB un quarto della circonferenza di centro O e raggio 2. Indicato con P un punto dell'arco AB sia H la proiezione ortogonale di P sul raggio OA. Tracciare per P e A le rette r e s parallele rispettivametne a OA e OP, che si incontrano in T. Posto $\overline{OH} = x$, scrivere la seguente funzione:

$$f(x) = \frac{\overline{OT}^2 - \overline{OH} \cdot \overline{HA}}{\overline{PA}^2 - \overline{OH}^2}$$

Verificato che la funzione è: $f(x) = \dfrac{8 + 2x + x^2}{8 + 4x - x^2}$, studiarla e disegnare il grafico probabile, trascurando i limiti geometrici.

(2) Sia ABCD il quadrato di lato 2. Indicato con M il punto medio del lato BC, si tracci il segmento AM e su di esso si prenda un punto P. Tracciata per P la parallela a BC, sia Q il punto in cui tale retta incontra il lato DC. Per Q si tracci la retta parallela ad AM che incontra AD in R. Posto $\overline{AP} = \sqrt{5}x$ determinare la misura di tale segmento in modo che il triangolo RQP risulti isoscele sulla base RP. Tale triangolo è equilatero?

Calcolare successivamente:

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{\overline{PR}^2 - \overline{AD}^2}{\overline{AM}^2 - \overline{PM}^2}.$$

Risolvere **tre** dei seguenti quesiti, indicare gli esercizi che devono essere corretti.

① ② ③ ④ ⑤

(1) Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \to 2^+} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{2}}{x^2 - 5x + 6}.$$

(2) Siano $f(x)$ e $g(x)$ due funzioni reali definite su tutto $\mathbf{R}$, con $f(x)$ pari e $g(x)$ dispari. La funzione composta $f(g(x))$ è una funzione pari oppure dispari?

In particolare se $f(x) = x^2 - 1$ e $g(x) = 3\sqrt{x}$ determinare la funzione $f(g(x))$ e dire se è pari o dispari.

(3) Determinare gli asintoti (orizzontali e verticali) della funzione $\phi(x) = \dfrac{x^2 - 1}{3x^2 - 9x}$;

(4) Determinare il campo di esistenza della funzione:

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 5x}} + \sqrt{x + 1}$$

.

(5) Sapendo che la funzione $f(x)$ è dispari e vale:

$$\lim_{x \to \alpha^+} f(x) = \beta^-,$$

cosa si può dire dei seguenti limiti:

$$\lim_{x \to -\alpha^+} f(x) \text{ e } \lim_{x \to -\alpha^-} f(x)?$$

Cognome e Nome ...., classe 4 E

Verifica di matematica, 26 gennaio 2006

(1) Sulla semicirconferenza di diametro $\overline{AB} = 2r$, si tracci la corda DC, lato del quadrato inscritto nella cironconferenza di raggio r, con D più vicino ad A. Determinare la misura dell'angolo $D\hat{A}B = \alpha$ in modo che risulti soddisfatta la seguente relazione:

$$\overline{AM} + \overline{BN} = \frac{3-\sqrt{3}}{2} r,$$

con M, N proiezioni ortogonali sul diametro AB rispettivamente dei punti D e C. Verificato che l'equazione risolvente è la seguente:

$$\cos^2\alpha + \cos^2\left(\frac{3}{4}\pi - \alpha\right) = \frac{3-\sqrt{3}}{4}$$

determinare i possibili archi soluzione. Costruire, con riga e compasso, una delle soluzioni trovate.

Potrà esseere utile notare che $(4 - 2\sqrt{3}) = (\sqrt{3} - 1)^2$.

(2) Dopo aver scritto l'equazione dellaparabola con asse parallelo a quello delle ascisse, passante per l'origine ed avente vertice in V(-1;1), disegnare la curva. Indicato con A il suo ulteriore punto di ascissa nulla, si conduca per A la retta r, parallela alla bisettrice del II e IV quadrante e sia B la sua ulteriore intersezione con la curva. Condotta da C(3;3) la retta r' parallela a r, sia E la proiezione ortogonale di C su r e sia F la proiezione di B su r'. Verificare che:

(a) i due punti E e F giacciono sull'asse della parabola;

(b) il quadrilatero EBFC è un quadrato.

Questionario. Risolvere **tre** dei seguenti quesiti, indicare gli esercizi che devono essere corretti. ① ② ③ ④ ⑤

(1) Risolvere, graficamente, il seguente sistema di disequazioni:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 1 \\ x^2 + y^2 + 2x - 1 \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Deterinare la misura della parte di piano soluzione.

(2) Determinare un'equazione goniometrica che ammetta quali soluzioni: $\alpha = \frac{\pi}{3} + 2k_1\pi, \alpha = \frac{5}{4}\pi + 2k_2\pi$, con $k_1, k_2 \in Z$.

(3) Risolvere la seguente equazione goniometrica:

$$\sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) - \sqrt{2}\sin\alpha = 0.$$

Il compito prosegue, e si conclude, sull'altra facciata.

(4) Verificare la seguente identità goniiometrica:

$$\frac{1+\sin\alpha-\sin^2\alpha}{\sin\alpha\cos\alpha}=\frac{1}{\tan\alpha}-\frac{\cos\alpha}{\sin^2\alpha-1}.$$

Indicare le condizioni ce devono essere soddisfatte dall'arco α affinché tale identità valga.

(5) Verificare che:

$$\tan(\alpha-\beta)=\frac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}.$$

Disegnate le rette $y=2x$ e $2y-x$, determianre la misura dell'angolo che formano.

Cognome e Nome ...., classe 3 G

Verifica di matematica, 31 gennaio 2006

(1) Assegnato il trapezio ABCD, isoscele, siano MNPQ i punti medi dei lati. Effettuare la dimostrazione analitica e quella elementare che il quadrilatero MNPQ è un rombo avente una diagonale parallela alle basi e l'altra ortogonale alle stesse.

(2) In un piano riferito rispetto ad un sistema cartesiano ortogonale monometrico Oxy, siano A(0;1) e B(0;3) due vertici del quadrato ABCD, contenuto nel primo quadrante.
   (a) Determinare le coordinate dei vertici C e D;
   (b) determinare un punto P sualla retta $x - y - 7 = 0$ in modo che il triangolo ACP risulti isoscele sulla base AC;
   (c) calcolare l'area del triangolo e il suo perimetro;
   (d) determinare le coordinate del centro della cironferenza circoscritta al triangolo ACP e il suo raggio;
   (e) dopo aver determinato il raggio della circonferenza inscritta in tale triangolo, determinare le coordinate del centro di tale circonferenza.

Questionario. Risolvere **tre** dei seguenti quesiti, indicare gli esercizi che devono essere corretti.

① ② ③ ④ ⑤

(1) Dopo aver determianto il punto base (centro) del seguente fascio di rette:

$$(2k - 5)y - (k - 1)x - 7k + 3 = 0$$

determinare l'equazione della retta che passa per P(0;1);

(2) determinare l'area del triangolo avente per vertici i punti: A(1;1), B(-1;2) e C(-1;-2);

(3) per il triangolo precedente determinare le coordinate dell'ortocentro;

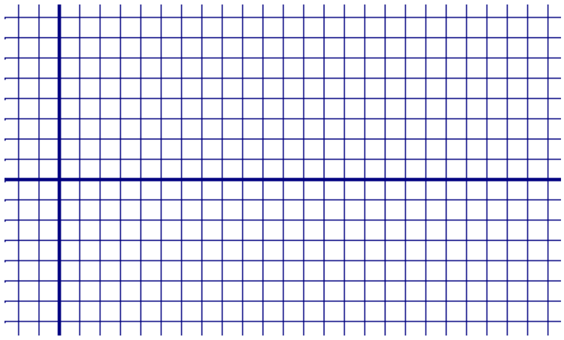
(4) sulla retta di equazione $x - 2y + 5 = 0$ determinare un punto P avente distanza pari a $\sqrt{5}$ dalla retta di equazione $4x - y = 0$. Quante soluzioni ammette il problema?

(5) Risolvere il seguente sistema di disequazioni:

$$\begin{cases} x^2 - 4x - 7 \geq 0 \\ \\ \dfrac{x+1}{x-2} + \dfrac{3x-7}{x+4} \leq 0 \end{cases} .$$

Funzioni sinusoidali

Utilizzando Derive individuare il grafico della funzione $f(x) = \sin(x)$ ed il grafico della funzione $f(x) = \cos(x)$; riportare i due grafici nello spazio sottostante, utilizzando, se possibile, due colori diversi.



Per le seguenti funzioni, utilizzando sempre Derive, individuare il periodo T, ovvero il più piccolo valore da attribuire alla variabile x in modo che risulti soddisfatta la condizione seguente:

$$f(x+T) = f(x).$$

N	$f(x)$	f. periodica	T (proposto)	T(effetivo)
1	$\sin(2x)$			
2	$\cos(3x)$			
3	$\sin\left(\frac{x}{2}\right)$			
4	$\sin\left(\frac{1}{x}\right)$			
5	$\cos\left(\frac{3x}{2}\right)$			
6	$\sin(\sqrt{2}x)$			
7	$\sin(2x) + \cos(3x)$			
8	$\sin(4x) + \cos(2x)$			
9	$\sin(4x) + \cos(6x)$			
10	$\sin(5x) + \sin(4x)$			
11	$\sin\left(\frac{x}{2}\right) + \sin(x)$			
12	$\sin\left(\frac{x}{2}\right) + \sin\left(\frac{x}{3}\right)$			
13	$\sin(\sqrt{2}x) + \sin(x)$			
14	$\sin(x)\cos(x)$			
15	$\sin(x)\cos(3x)$			
16	$\sin(3x)\sin(2x)$			

Cognome e Nome ...., classe 4 E

Verifica di fisica, 25 febbraio 2006

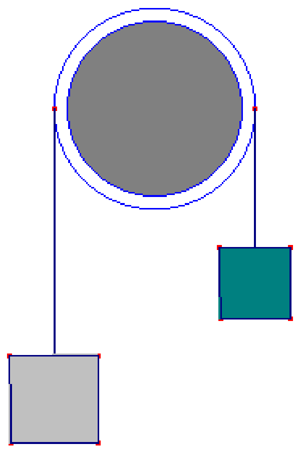
(1) Il moto armonico: indicare le caratteristiche di questo movimento.

(2) Di un sistema massa molla si sa che: m=2.0 kg, T=2.0s, $\Delta x_{max} = 4.0cm$ (durante le oscillazioni).
   (a) Determinare il periodo delle oscillazioni armoniche quando si modifica la massima elongazione portandolo a $8.0cm$.
   (b) Calcolare il modulo dell'accelerazione negli estremi di oscillazione, nei due casi indicati.
   (c) Indicare, se esiste, un punto nel quale la velocità dell'oscillatore armonico indicato ha modulo 2m/s.

(3) Determinare il modulo dell'accelerazione di gravità sulla superficie del pianeta Venere, esprimere tale risultato in funzione di g (accelerazione di gravità sulla terra). Se un corpo di massa 3.0 kg viene lasciato cadere in prossimità della superficie di tale pianeta, determinare il tempo impiegato dallo stesso per giungere al suolo.

(4) Un pendolo semplice è costituito da un filo di massa trascurabile e di lunghezza 15 cm, e da una massa m = 20g. Tale pendolo ha lo stesso periodo di un sistema massa-molla, costituito dalla stessa massa e da una molla di costante elastica k. Determinare k.

(5) Il sistema in figura è costituito da $m_1 = 5.5kg$ e $m_2 = 3.0kg$. La massa della carrucola è $m_3 = 1.0kg$ e il raggio è di $15cm$. Assumendo la corda inestendibile, determinare l'accelerazione del sistema quando viene lasciato libero di muoversi.



Cognome e Nome ...., classe 4 E

Verifica di fisica, 25 febbraio 2006

(1) Il moto armonico: indicare le caratteristiche di questo movimento.

(2) Di un sistema massa molla si sa che: m=2.0 kg, T=2.0s, $\Delta x_{max} = 8.0cm$ (durante le oscillazioni).
   (a) Determinare il periodo delle oscillazioni armoniche quando si modifica la massima elongazione portandolo a $4.0cm$.
   (b) Calcolare il modulo dell'accelerazione negli estremi di oscillazione, nei due casi indicati.
   (c) Indicare, se esiste, un punto nel quale la velocità dell'oscillatore armonico indicato ha modulo 2m/s.

(3) Determinare il modulo dell'accelerazione di gravità sulla superficie del pianeta Marte, esprimere tale risultato in funzione di g (accelerazione di gravità sulla terra). Se un corpo di massa 5.0 kg viene lasciato cadere in prossimità della superficie di tale pianeta, determinare il tempo impiegato dallo stesso per giungere al suolo.

(4) Un pendolo semplice è costituito da un filo di massa trascurabile e di lunghezza 15 cm, e da una massa m = 20g. Tale pendolo ha lo stesso periodo di un sistema massa-molla, costituito dalla stessa massa e da una molla di costante elastica k. Determinare k.

(5) Il sistema in figura è costituito da $m_1 = 3.0kg$ e $m_2 = 5.5kg$. La massa della carrucola è $m_3 = 1.0kg$ e il raggio è di $15cm$. Assumendo la corda inestendibile, determinare l'accelerazione del sistema quando viene lasciato libero di muoversi.

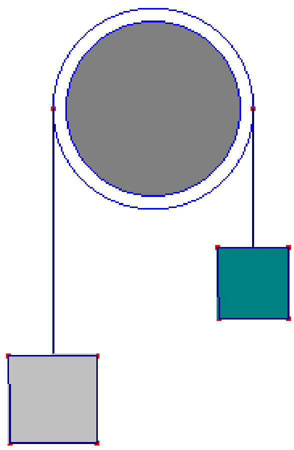


Tabella costanti.

Costante dei gas	R	$8.316 \frac{J}{Kmol}$
Numero di Avogadro	N_A	$6.022 \cdot \frac{particelle}{mol}$
Costante di gravitazione universale	G	$6.670 \cdot 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2}$
Carica elettrone	e	$1.602 \cdot 10^{-19} C$

Dati relativi al sistema solare.

	Mercurio	Venere	Terra	Marte
Massa (kg)	$3.35 \cdot 10^{23}$	$4.89 \cdot 10^{24}$	$5.98 \cdot 10^{24}$	$6.46 \cdot 10^{23}$
Volume (km^3)	$5,37 \cdot 10^{73}$	$7,88 \cdot 10^{74}$	$9,96 \cdot 10^{74}$	$1,34 \cdot 10^{74}$
Raggio equatoriale medio (km)	2433	6053	6372	3380
velocità orbitale (km/s)	47.9	35	29.8	24.1

Momenti di inerzia.

Cilindro pieno di raggio R che ruota rispetto al proprio asse: $I = \frac{MR^2}{2}$.

Sfera piena di raggio R che ruota rispetto ad un suo diametro: $I = \frac{2}{5} MR^2$.

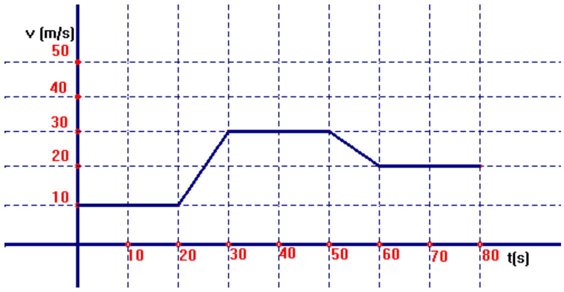
Guscio serico di raggio R che ruota attorno ad un suo diametro: $I = \frac{2}{3} MR^2$

Cognome e Nome ...., classe 3G/H

Verifica di fisica, 25 febbraio 2006

(1) Definire il vettore velocità media ed il vettore velocità istantanea per un punto materiale in moto.

(2) Nel grafico sottostante è riportato l'andamento di v=v(t), per un corpo che si muove lungo una linea retta.



(a) Determinare lo spazio percorso dal corpo nell'intervallo [10s,60s].

(b) Durante l'osservazione effettuata quale risulta il modulo della velocità media del corpo?

(c) Rappresentare l'andamento del modulo del vettore accelerazione a=a(t).

(3) Un corpo viene lasciato cadere da fermo da un'altezza h. Sapendo che quando il corpo si trova a 3.0 m dal suolo la sua velocità risulta essere v =5.0 m/s, determinare l'altezza dalla quale è stato lasciato cadere il corpo. Quanto tempo impiega per giungere al suolo? Quale risulta la velocità del corpo quando raggiunge il suolo?

(4) Nella seguente tabella sono riportati i dati rilevati per il moto di un corpo, in movimento lungo una linea retta.

t(s)	s(m)
5	25
10	100
15	225
20	400
25	625
30	900

(a) Possiamo dire che il corpo si muove di un particolare moto? Indicare quale, motivando opportunamente la risposta.

(b) Scrivere la legge oraria ti tale moto e calcolare v(23s).

(c) Calcolare la velocità media del corpo tra 15s e 25s.

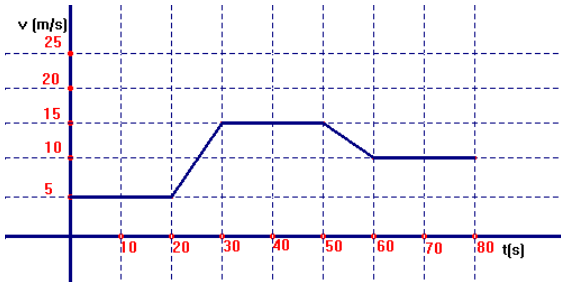
(5) Due automobili viaggiano nella stesso verso lungo un tratto rettilineo di strada. Sapendo che inizialmente la distanza tra i due veicoli è di 10 km e che la prima viaggia con velocità costante di modulo 60.0 km/h, mentre la seconda parte con velocità di 30 km/h e accelera per 1 minuto, con a = $1.0 m/s^2$, procedendo poi a velocità costante. Dire se la seconda macchina supera la prima e, in caso di risposta affermativa, dire quanto tempo impiega per effettuare tale operazione.

Cognome e Nome ...., classe 3G/H

Verifica di fisica, 25 febbraio 2006

(1) Definire il vettore velocità media ed il vettore velocità istantanea per un punto materiale in moto.

(2) Nel grafico sottostante è riportato l'andamento di v=v(t), per un corpo che si muove lungo una linea retta.



(a) Determinare lo spazio percorso dal corpo nell'intervallo [10s,60s].

(b) Durante l'osservazione effettuata quale risulta il modulo della velocità media del corpo?

(c) Rappresentare l'andamento del modulo del vettore accelerazione a=a(t).

(3) Un corpo viene lasciato cadere da fermo da un'altezza h. Sapendo che quando il corpo si trova a 3.0 m dal suolo la sua velocità risulta essere v =5.0 m/s, determinare l'altezza dalla quale è stato lasciato cadere il corpo. Quanto tempo impiega per giungere al suolo? Quale risulta la velocità del corpo quando raggiunge il suolo?

(4) Nella seguente tabella sono riportati i dati rilevati per il moto di un corpo, in movimento lungo una linea retta.

t(s)	s(m)
5	2.5
10	10.0
15	22.5
20	40.0
25	62.5
30	90.0

(a) Possiamo dire che il corpo si muove di un particolare moto? Indicare quale, motivando opportunamente la risposta.

(b) Scrivere la legge oraria ti tale moto e calcolare v(23s).

(c) Calcolare la velocità media del corpo tra 15s e 25s.

(5) Due automobili viaggiano nella stesso verso lungo un tratto rettilineo di strada. Sapendo che inizialmente la distanza tra i due veicoli è di 10 km e che la prima viaggia con velocità costante di modulo 60.0 km/h, mentre la seconda parte con velocità di 30 km/h e accelera per 1 minuto, con a = $1.0 m/s^2$, procedendo poi a velocità costante. Dire se la seconda macchina supera la prima e, in caso di risposta affermativa, dire quanto tempo impiega per effettuare tale operazione.

Cognome e Nome ...., classe 3 G

Verifica di matematica, 28 febbraio 2006

(1) Determinare l'equazione della retta passante per il punto $P(1; \frac{1}{2})$ e parallela alla retta passante per i punti A(2;3) e B(4;-1).
(2) Dato il triangolo di vertici A(2;0), B(0;3) e C(-1;1) determinare le equazioni delle tre altezze h_A, h_B e h_C, passanti rispettivamente per A, B e C.
(3) Determinare l'ortocentro del triangolo del punto precedente.
(4) Determinare gli assi del triangolo che ha per vertici i punti A(2;2), B(-2;0) e C(0;-3).
(5) Determinare il centro della circonferenza circoscritta al triangolo indicato al punto precedente.
(6) Determinare l'area del triangolo avente per vertici i punti A(0;2), B(3;1) e C(-2;-1).
(7) Determinare l'equazione della retta passante per il punto comune alle rette di equazione: $2x - y + 1 = 0$ e $4x + 3y - 1 = 0$, passante per il punto P(2;5).
(8) Tra tutte le rette di equazione $(k-2)x + 2ky - 5 + k = 0$ determinare quella che passa per il punto A(2;-1).
(9) Sulla retta di equazione $2x - 5y + 7 = 0$ determinare i punti che hanno distanza pari a $\sqrt{17}$ dalla retta $4x + y + 5 = 0$.
(10) Determianre il vertice C del triangolo equilatero ABC, sapendo che:
  (a) A(1;-1) e B(5;1);
  (b) C appartiene al primo quadrante.

Cognome e Nome ...., classe 3 G

Verifica di matematica, 28 febbraio 2006

(1) Determinare l'equazione della retta passante per il punto $P(1; \frac{1}{2})$ e perpendicolare alla retta passante per i punti A(2;3) e B(4;-1).
(2) Dato il triangolo di vertici A(2;2), B(-2;0) e C(0;-3) determinare le equazioni delle tre altezze h_A, h_B e h_C, passanti rispettivamente per A, B e C.
(3) Determinare l'ortocentro del triangolo del punto precedente.
(4) Determinare gli assi del triangolo che ha per vertici i punti A(2;0), B(0;3) e C(-1;1).
(5) Determinare il centro della circonferenza circoscritta al triangolo indicato al punto precedente.
(6) Determinare l'area del triangolo avente per vertici i punti A(0;2), B(3;1) e C(-2;-1).
(7) Determinare l'equazione della retta passante per il punto comune alle rette di equazione: $2x-y+1=0$ e $4x+3y-1=0$, passante per il punto P(2;5).
(8) Tra tutte le rette di equazione $(k-2)x+2ky-5+k=0$ determinare quella che passa per il punto A(2;-1).
(9) Sulla retta di equazione $2x-5y+7=0$ determinare i punti che hanno distanza pari a $\sqrt{17}$ dalla retta $4x-y+5=0$.
(10) Determianre il vertice C del triangolo equilatero ABC, sapendo che:
  (a) A(1;-1) e B(5;1);
  (b) C appartiene al quarto quadrante.

Simmetria assiale

Assegnato un piano, sia π, e su di esso una retta r, definiamo simmetria rispetto alla retta r l'applicazione $\sigma_r : \pi \to \pi$, che associa ad ogni punto $P \in \pi$ uno ed un solo punto $P' \in \pi$, $\sigma_r(P) = P'$, in modo tale che risultino soddisfatte le due seguenti condizioni:

- il segmento PP' è ortogonale a r;
- detto M il punto medio di PP', risulta: $M \in r$.

Per σ_r valgono le seguenti proprietà:

(1) $\sigma_r(r) = r$;
(2) $\sigma_r(s) = s'$ (trasformando punto per punto una retta otteniamo una nuova retta);
(3) se $s \perp r$, allora $\sigma_r(s) = s$;
(4) se le rette r e t si incontrano in Q, allora $s' = \sigma_r(s)$ e $t' = \sigma_r(t)$ si incontrano in $Q' = \sigma_r(Q)$ (la simmetria rispetto alla retta r conserva l'intersezione tra rette, più in generale conserva l'intersezione tra curve);
(5) se t e s sono parallele, sono parallele anche le rette $s' = \sigma_r(s)$ e $t' = \sigma_r(t)$;
(6) indicato con α un angolo formato da due rette, l'angolo $\alpha' = \sigma_r(\alpha)$ è congruente con l'angolo α;
(7) se AB è un segmento, risulta $AB \cong A'B'$, con $A' = \sigma_r(A)$ e $B' = \sigma_r(B)$;
(8) la simmetria rispetto alla retta r non conserva l'orientazione delle figure, ma l'inverte.

Un elemento del piano, sia a, è detto unito nella simmetria σ_r se risulta: $\sigma_r(a) = a$.

Nella simmetria assiale rispetto alla retta r risultano uniti tutti i punti della retta r $(\forall P \in \pi, \sigma_r(P) = P)$. La retta r risulta a sua volta unita $(\sigma_r(r) = r)$, la retta r quindi è una retta unita, formata da punti uniti.

Ogni retta s ortogonale a r è unita $(\sigma_r(s) = s)$, ma non è luogo di punti uniti.

Una figura piana $\mathtt{F}$ è unita nella simmetria σ_r, se risulta: $\sigma_r(\mathtt{F}) = \mathtt{F}$.

Il triangolo equilatero ha tre assi di simmetria, mentre il triangolo isoscele ha solo un asse di simmetria. Il quadrato ha quattro assi di simmetria, mentre il rettangolo e il rombo hanno solo due assi di simmetria. Quanti sono invece gli assi di simmetria per un parallelogramma?

Simmetrie e sitemi di coordinate

Fissato un sistema di riferimento cartesiano ortogonale Oxy, indichiamo con $P(x, y)$ le coordinate di un punto nel piano e con $P'(x', y')$ le coordinate del punto corrispondente in una particolare simmetria. Indichiamo nel seguito le relazioni che intercorrono tra le coordinate dei due punti indicati.

(1) **Simmetria rispetto all'asse x**

In questo caso le coordinate dei punti sono legati dalle seguenti regole:

$$\begin{cases} x' = x \\ y' = -y \end{cases}$$

(2) **Simmetria rispetto all'asse y**
In questo caso risulta:

$$\begin{cases} x' = -x \\ y' = y \end{cases}$$

(3) **Simmetria rispetto alla bisettrice del I e III quadrante**
In questo caso risulta:

$$\begin{cases} x' = y \\ y' = x \end{cases}$$

(4) **Simmetria rispetto alla bisettrice del II e IV quadrante**
In questo caso risulta:

$$\begin{cases} x' = -y \\ y' = -x \end{cases}$$

(5) **Simmetria rispetto alla retta di equazione x=h**
Le equazioni della simmetria rispetto ad una retta parallela all'asse delle ordinate risultano:

$$\begin{cases} x' = 2h - x \\ y' = y \end{cases}$$

(6) **Simmetria rispetto alla retta di equazione y=k**
Le equazioni della simmetria rispetto ad una retta parallela all'asse delle ascisse risultano:

$$\begin{cases} x' = x \\ y' = 2k - y \end{cases}$$

(7) **Simmetria rispetto all'origine**
Le equazioni della simmetria rispetto all'origine, si possono ottenere, come vedremo in seguito, componendo due simmetrie rispetto a rette ortogonali, passanti per O:

$$\begin{cases} x' = -x \\ y' = -y \end{cases}$$

(8) **Simmetria rispetto al punto P(h,k)**
Le equazioni della simmetria rispetto al punto P si ottengono in modo analogo al precedente, e sono:

$$\begin{cases} x' = 2h - x \\ y' = 2k - y. \end{cases}$$

Composizione di due simmetrie assiali

Assegnate due simmetrie rispetto alle rette r e s, siano σ_r e σ_s, definiamo l'applicazione $\phi_{rs} = \sigma_s \circ \sigma_r$, come l'aplicazione ottenuta applicando prima al piano la simmetria σ_r e successivamente la simmetria σ_s.

Nota. In generale non risulta $\phi_{rs} = \phi_{sr}$.

ϕ_{rs} mantiene l'orientazione delle figure.

Analizziamo i vari casi che si possono presentare, in funzione della mutua posizione tra le rette r e s.

(1) $r \equiv s$.

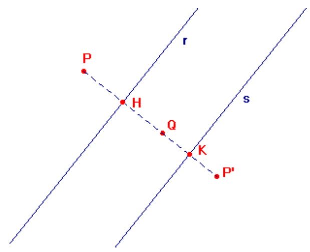
Per la definizione data di simmetria rispetto alla retta r, è facile verificare che $\phi_{rr}(P) = P, \forall P \in \pi$.

L'applicazione del piano che muta ogni punto in sè stesso, viene normalmente detta identità del piano π, e viene indicata con il seguente simbolo: 1_π.

(2) r e s sono parallele.

In questo caso è possibile verificare che:

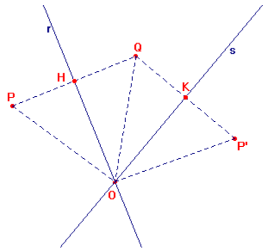
(a) $\forall P \in \pi$ risulta costante il segmento PP' con $P' = \phi_{rs}(P)$;
(b) il segmento PP' è ortogonale alle due rette r e s;
(c) la misura del segmento PP' è conguente al doppio della distanza tra le due rette r e s.



Una tale trasformazione è una traslazione di vettore $\mathbf{v}$ avente direzione la retta ortogonale alle due rette, verso quello che va da r a s, modulo il doppio della distanza tra le due rette assegnate. Viene indicata con il simbolo: $\tau_{\mathbf{v}}$.

(3) $r \cap s = P$. In questo caso è possibile verificare che:

(a) detto $O = r \cap s$, il punto comune alle due rette, risulta $\phi_{rs}(O) = O$;
(b) l'angolo $P\hat{O}P'$ è costante $\forall P \in \pi$, con $P' = \phi(P)$;
(c) l'angolo $P\hat{O}P'$ è congruente al doppio dell'angolo $\hat{rs}$, formato dalle due rette.

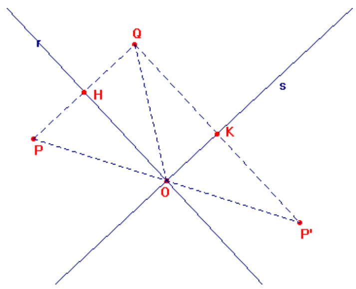


(4) $r \perp s$. In questo caso l'angolo formato dalle due rette è di $90°$, quindi facendo riferimento a quanto detto in precedenza, l'applicazione risultante è una rotazione con centro il punto comune O alle due rette e ampiezza $180°$. Tale applicazione viene detta simmetria di centro O, o anche mezzo giro attorno a O.

Questa applicazione viene normalmente indicata con σ_O.

Possiamo notare che:

(a) i punti P, O, P', con $P' = \phi(P)$, sono allineati, $\forall P \in \pi$;
(b) O è punto medio del segmento PP'.



Problemi

(1) Scrivere le equazioni della simmetria rispetto alla retta $y = x + 1$;
(2) Scrivere le equazioni della simmetria rispetto alla retta $y = mx$;
(3) Individuare una qualche figura piana che presenta almeno un asse di simmetria.

Cognome e Nome ...., classe 4 E

Verifica di matematica, 18 marzo 2006

(1) Disegnare i grafici delle seguenti funzioni:
   (a) $y = 3\sin(2x + \frac{\pi}{2})$;
   (b) $y = -2\cos\left(\frac{4}{5}x\right)$.

(2) Risolvere le seguenti disequazioni goniometriche, con $0 \leq \alpha < 2\pi$:
   (a) $\sin\alpha - 2\cos\alpha \geq 1$;
   (b) $6\cos^2\alpha - 5\cos\alpha + 1 \leq 0$;
   (c) $\tan^2\alpha + \cos 2\alpha < 1$;
   (d) $\dfrac{2\cos\alpha - \sqrt{3}}{\sin\alpha} \geq 0$;
   (e) $(2\sin\alpha - 1)(2\cos\alpha - \sqrt{3}) > 0$;
   (f) $\sin\alpha - \sqrt{3}\cos\alpha + 1 \geq 0$;
   (g) $\dfrac{2\cos\alpha - \sqrt{2}}{|\sin\alpha|} \geq 0$;
   (h) $(\sin\alpha + \cos\alpha)^2 - 5\sin^2\alpha > 0$.

Cognome e Nome ...., classe 3 G

Verifica di matematica, 5 aprile 2006

(1) Scrivere l'equazione delle rette tangenti alla circonferenza di equazione:
$$x^2 + y^2 - 4x = 0$$
condotte dal punto P(-2,1).

(2) Determinare i punti comuni alle due circonferenze di equazioni:
$$x^2 + y^2 - 5x + 3y = 0,\ x^2 + y^2 + 4x - 2y = 0.$$

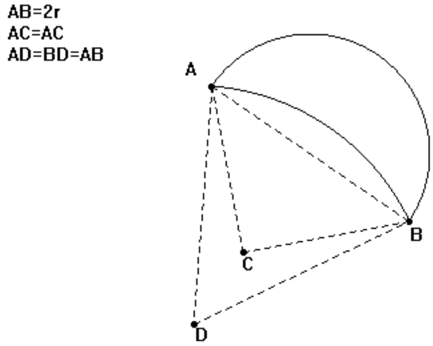
(3) Scrivere l'equazione della circonferenza avente per diametro il segmento di estremi: A(2;0) e B(4;4).

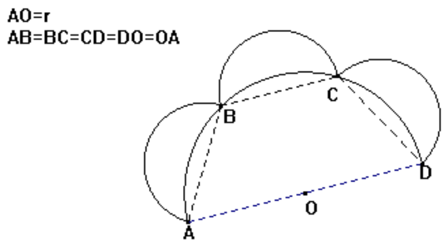
(4) Scrivere l'equazione delle circonferenze di raggio 2 tangenti in A(4;1) alla retta avente coefficiente angolare 4.

(5) La retta $y+2x-3=0$ è secante, tangente oppure esterna alla circonferenza di equazione: $x^2 + y^2 - 8x - 6y - 24 = 0$

(6) Scrivere l'equazione della circonferenza tangente esternamente alla cirocnferenza di equazione: $x^2 + y^2 = 4$, avente raggio 3 e passante per il punto P(3;0). Quante soluzioni ammette il problema?

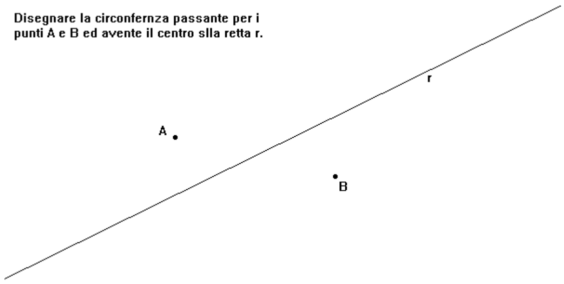
(7) Calcolare la misura delle lunule in figura:

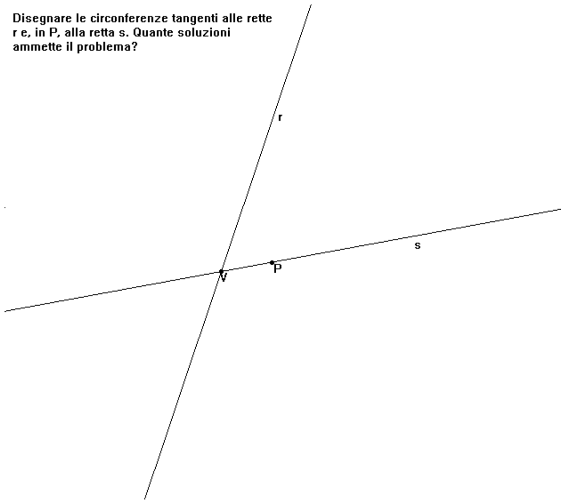

AB=2r
AC=AC
AD=BD=AB
A
B
C
D


AO=r
AB=BC=CD=DO=OA
B
C
D
O
A

(8) Utilizzando riga e compasso disegnare le circonferenze sotto indicate.

Sul foglio di risposta devono comparire tutte le costruzioni necessarie per ottenere la figura soluzione


Disegnare la circonferenza passante per i
punti A e B ed avente il centro slla retta r.
r
A
B


Disegnare le circonferenze tangenti alle rette
r e, in P, alla retta s. Quante soluzioni
ammette il problema?
r
s
V
P

Cognome e Nome ...., classe 4 E

Verifica di matematica, 22 aprile 2006

Risolvere le seguenti equazioni esponenziali e logaritmiche.

(1) $\log_3(2x+3) - \log_3(8-x) = \log_3(x+1)$

(2) $4^x \cdot 3^{1-2x} = 5^{3x}$

(3) $2 \cdot 25^x - 9 \cdot 5^x - 5 = 0$

(4) $7^{\frac{x+1}{2}} \cdot 3^{2-x} = \sqrt{8} \cdot 5^{\frac{2x}{3}}$

(5) $3^{1-3x} - 4^2 x = 2 \cdot 27^{-x}$

(6) $\log_2 \left(\dfrac{4x}{5-x} \right) = \dfrac{1}{3}$

(7) $4^{\sin x + \cos x} = 2$ con $x \in [0, 2\pi)$

(8) $\sqrt[2x]{27^{2x+1}} = 9^{\frac{1}{x+1}}$

(9) $\log_{\frac{1}{3}} (x-1)^2 - \log_8 2 = 0$

(10) $\log_4(4-x^2) + \log_4 x^2 = 4 - \log_4(x-3)$.

Cognome e Nome ...., classe 3 C

Verifica di matematica, 3 maggio 2006

(1) Scrivere l'equazione della parabola, con asse parallelo all'asse delle ordinate, che passa per i punti: (-1;1), (-2;0) e (-4;1).
(2) Disegnare la parabola di equazione:
$$y = 2x - \frac{1}{2}x^2.$$
(3) Determinare l'equazione della retta tangente alla parabola di equazione:
$$y = \frac{1}{2}x^2 - x - 1$$
nel suo punto di ascissa $x_0 = -2$.
(4) Tra tutte le rette di equazione $y = \frac{1}{3}x + k$ determinare quella che è tangente alla parabola di equazione: $4y - x^2 + 2x = 0$.
(5) Scrivere l'equazione della retta tangente alla parabola di equazione: $y = \frac{1}{2}x + 4x^2$ nell'origine.
(6) Scrivere l'equazione della retta tangente alla parabola di equazione
$$4y - x^2 + x - 1 = 0$$
nel suo vertice.
(7) Determianre l'equazione della parabola con asse parallelo all'asse y avente il vertice nel punto V(3;1) e pasante per il punto P(1;-1).
(8) Determinare l'equazione della parabola con asse parallelo all'asse y, tangente in A(2;1) alla retta di coefficiente angolare $m = -\frac{1}{4}$ e passante per il punto P(4;0).
(9) Determinare le equazioni delle rette tangenti alla parabola di equazione $4y - x^2 - 4 = 0$ nel punto P(-3;0).
(10) Scrivere l'equazione della parabola passante per il punto comune alla parabola di equazione $y = 1 - x + \frac{1}{2}x^2 - x + 1$ e all'asse delle ordinate, per vertice della parabola indicata ed avente quale asse di simmetria la retta di equazione $2x - 1 = 0$.

Cognome e Nome ...., classe 3 G

Verifica di matematica, 3 maggio 2006

(1) Disegnare la parabola di equazione:
$$y = 4x - \frac{2}{3}x^2.$$
(2) Scrivere l'equazione della parabola, con asse parallelo all'asse delle ordinate, che passa per i punti: (1;1), (2;0) e (4;1).
(3) Tra tutte le rette di equazione $y = 2x + 2k - 1$ determinare quella che è tangente alla parabola di equazione: $2y - x^2 + 4x = 0$.
(4) Determinare l'equazione della retta tangente alla parabola di equazione:
$$y = \frac{1}{2}x^2 - x - 1$$
nel suo punto di ascissa $x_0 = -2$.
(5) Scrivere l'equazione della retta tangente alla parabola di equazione: $y = -\frac{1}{2}x + 4x^2$ nell'origine.
(6) Scrivere l'equazione della retta tangente alla parabola di equazione
$$6y - x^2 + x - 9 = 0$$
nel suo vertice.
(7) Determinare l'equazione della parabola con asse parallelo all'asse y, tangente in A(2;1) alla retta di coefficiente angolare $m = 2$ e passante per il punto P(4;0).
(8) Determianre l'equazione della parabola con asse parallelo all'asse y avente il vertice nel punto V(1;3) e pasante per il punto P(-1;1).
(9) Determinare le equazioni delle rette tangenti alla parabola di equazione $4y - x^2 - 4 = 0$ nel punto P(2;0).
(10) Scrivere l'equazione della parabola passante per il punto comune alla parabola di equazione $y = 1 - x + \frac{1}{2}x^2 - x + 1$ e all'asse delle ordinate, per vertice della parabola indicata ed avente quale asse di simmetria la retta di equazione $x - 2 = 0$.

LICEO SCIENTIFICO *Leonardo da Vinci - Gallarate*

Simulazione della II prova dell'Esame di Stato, 19 maggio 2006

Cognome e Nome ———————————————— Classe 5 AC

Il candidato svolga uno dei problemi assegnati e 5 dei quesiti proposti nel questionario.

Problemi

(1) Sia $f(x) = \dfrac{\ln|1+2x|}{x}$,
   (a) mostrare che esiste una funzione, sia $\phi(x)$ ottenuta prolungando la $f(x)$ in $x = 0$, con continuità.
   Tale funzione è anche derivabile per $x = 0$?
   (b) Studiare la $\phi(x)$ e disegnare il grafico corrispondente in un opportuno sistema di riferimento cartesiano.
   (*Non si richiede lo studio della derivata seconda.)*
   (c) Indicato con A il punto della curva $y = \phi(x)$ avente ascissa 0, verificare che l'equazione della retta tangente in A al grafico della funzione è $y = -2x + 2$; sia B il punto comune alla retta tangente ed all'asse delle ascisse. Calcolare l'area della regione piana delimitata dalla curva, dalla tangente e dalla retta passante per B e parallela all'asse delle ordinate.
   (*Se non fosse possibile calcolare esplicitamente tale area, la si approssimi utilizzando un metodo numerico opportuno*).
   (d) Determinare l'ascissa del punto di intersezione tra la curva di equazione $y = f(x)$ e la r retta di equazione $y = 1$, che si trova nel primo quadrante.
   (e) Scrivere l'equazione della curva simmetrica di $y = \phi(x)$ rispetto alla retta r e tracciare il suo grafico.

(2) Nel piano è fissato un sistema di riferimento cartesiano monometrico Oxy, sono assegnati i punti A(-1;0) e B(1;0). Si definisce la seguente trasformazione del piano in sé:

$$\pi : P \to P'$$

definita nel seguente modo: fissato un punto P sia G il baricentro del triangolo ABP, indichiamo con P' il simmetrico di G rispetto alla retta AB.
   (a) Indicati con $P(x;y)$ e con $P'(X;Y)$ due punti corrispondenti in π, scrivere le equazioni della trasformazione π.
   (b) Studiare la trasformazione ottenuta indicando in particolare gli elementi uniti (*punti uniti, rette di punti uniti, rette unite*).
   (c) Indicato con $B_k(k,0)$ e fissato il punto $P(0;3)$, si definisca con π_k la trasformazione definita come in precedenza dopo aver sostituito B con B_k. Determinare l'insieme di tutti i punti $P_k = \pi_k(P)$. Sia S una superficie del piano si definisca $S_k = \pi_k(S)$, determinare al variare di k quanto vale il rapporto $\rho_k = \dfrac{S_k}{S}$.

(d) È assegnato il quadrato Q' di vertici $P_1(-1;-1), P_2(1;-1), P_3(1;1)$ e $P_4(-1;1)$. Determinare il raggio del cerchio Q di centro (0;0) che soddisfi la seguente condizione: *scelto casulamente un punto P in Q, la probabilità che il punto $\pi(P) \in Q'$, risulta pari a* $\frac{1}{2}$.

Questionario.

(1) Illustrare un procedimento per calcolare l'area di un'ellisse di semiassi a e b.

(2) Calcolare, con un metodo numerico opportuno, un'approssimazione di $\sqrt[3]{5}$.

(3) Calcolare il seguente integrale definito:

$$\int_{-1}^{1} x \cos x dx$$

.

(4) Dieci amici devono sedersi attorno ad un tavolo rotondo, in quanti modi diversi si possono disporrre? (*Due disposizioni attorno al tavolo si considerano distinte se almeno una persona non ha, nelle due sistemazioni, lo stesso vicino o a destra o a sinistra*).

(5) Per la funzione:

$$f(x) = \begin{cases} x \sin\left(\frac{1}{x}\right) & \text{se } x \neq 0 \\ 0 \text{ se } x = 0 \end{cases}$$

è applicabile il teorema di Lagrange sull'intervallo [-1;1]?

(6) Per quali valori del parametro reale k, il seguente sistema lineare:

$$\begin{cases} x + y - kz = 1 \\ x + ky + 2z = 0 \\ 2x + 2y + z = k \end{cases}$$

ammette infinite soluzioni?

(7) Enunciare il teorema fondamentale del calcolo integrale e fornire una dimostrazione.

(8) Verificare che:

$$\sum_{k=1}^{N} k^2 = \frac{N(N+1)(2N+1)}{6}$$

.

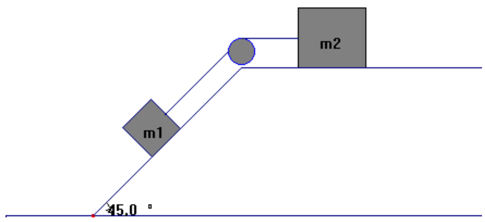
(9) Mostrare, con un esempio, che la sguente proposizione non è sempre vera: Sia $f(x)$ una funzione continua su $[a,b]$, allora esiste un valore $c \in (a,b)$ tale che $f'(c) = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$.

(10) Dimostrare che la sezione tra una superficie sferica ed un piano è una circonferenza.

Cognome e Nome ...., classe 3 G/H

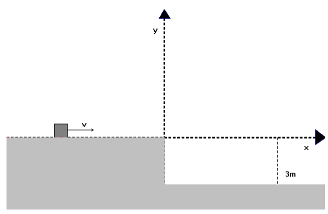
Verifica di fisica, 6 maggio 2006

(1) Enunciare il primo principio della dinamica.
(2) Definire peso e massa di un corpo.
(3) In figura sono rappresentati due corpi posti su due piani lisci collegati da una fune di massa trascurabile e inestendibile.



(a) Rappresentare tutte le forze che agiscono sulle due masse.
(b) Fissati opportuni sistemi di riferimento determinare, nei sistemi scelti, le componenti dei vettori forza.
(c) Sapendo che $m_1 = 2.0kg$ e $m_2 = 5.0kg$ determinare l'accelerazione delle due masse e la tensione della fune.

(4) Il corpo in figura viaggia con velocità iniziale di 10.0 m/s, lungo il profilo in figura. Quando raggiunge il bordo inizia a cadere. Determinare, nel sistema di riferimento in figura, le coordinate del punto in cui il corpo tocca il suolo.



Il compito prosegue e si conclude sulla seconda facciata.

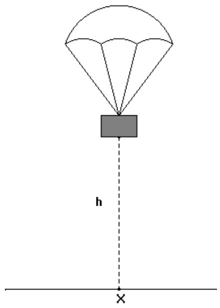
(5) Una cassa appesa ad un paracadute viene lasciata cadere da un elicottero. A un certo istante la cassa si trova sulla vertica del punto X a un'altezza h=120 m come in figura.

La cassa cade alla velocità costante di 12 m/s, mentre un vento costante la sposta lateralmente alla velocità di 5 m/s.

A quale distanza dal punto X cadrà la cassa?

(*Giustificare brevemente la scelta effettuata*).

(a) 24 m
(b) 50 m
(c) 60 m
(d) 120 m
(e) 150 m

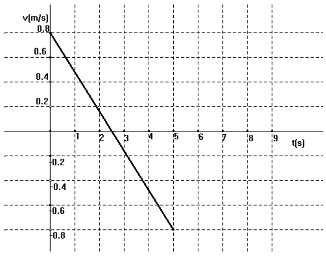


(6) Il grafico mostra la variazione nel tempo della velocità di un carrello inizialmente lanciato verso l'alto lungo una pist inclinata.

Qual è la distanza massima del punto di lancio raggiunta dal carrello?

(*Giustificare brevemente la scelta effettuata*).

(a) 0.80 m
(b) 1.0 m
(c) 2.0 m
(d) 25 m
(e) 4.0 m



Cognome e Nome BORGHI MARCO classe 3 H

Verifica di fisica, 6 maggio 2006

Indicare, se possibile, le risposte ai vari quesiti nella seguente tabella; in caso di impossibilità indicare con una croce (ed una sola) la risposta che si ritiene corretta.

Per la valutazione della prova si procederà come segue: 4 punti per ogni risposta corretta, 1 punto per ogni risposta non data, 0 punti per ogni risposta erra.

(1) Per un corpo indichiamo con P il modulo della forza peso, mentre con P_a il modulo del peso apparente rilevato da una bilancia che si muove, con il corpo, di moto rettilineo uniforme.
Allora:
(a) $P > P_a$
(b) $P = P_a$
(c) $P < P_a$
(d) non possiamo indicare la relazione che intercorre tra i due valori, in quanto la risposta dipende dal valore della massa inerziale del corpo.

(2) Una palla rotola oltre il bordo di un tavolo con una velocità di modulo 20 m/s. L'altezza del tavolo è 2.0 m.
Quanto tempo impiega la palla per raggiungere il suolo?
(a) 0.49 s
(b) 0.98 s
(c) 0.64 s
(d) 1.9 s

(3) Un proiettile viene sparato da terra con una velocità di modulo 150 m/s con un angolo rispetto all'orizzontale di 30.0° in una zona nella quale g=10.0 m/s^2.
Quale è la componente verticale della sua velocità dopo 4 secondi?
(a) 150 m/s
(b) 33.0 m/s
(c) 130 m/s
(d) 75 m/s

(4) Due forze di intensità 10.0 N sono applicate ad uno stesso corpo di massa m=1.0 kg.
Il modulo dell'accelerazione del corpo risulta:
(a) 20 m/s^2
(b) 10 m/s^2
(c) 0 m/s^2
(d) non lo si può determinare.

(5) Qual è il peso espresso in newton di un'arancia di medie dimensioni
(a) 0.2
(b) 40
(c) 2
(d) 200

(6) Il risultato della seguente operazione

$$(7.28 \pm 0.02)^2$$

è:

(a) 52.9984 ± 0.2912
(b) 53.00
(c) 53.00 ± 0.29
(d) 53.0 ± 0.3

(7) Due cannoni A e B spaano due palle con velocità diverse. Se la velocità della palla del cannone B è tripla della velocità della palla del cannone A, la gittata della palla B è:

(a) nove volte quella della palla A
(b) un terzo di quella della palla A
(c) tre volte quella della palla A
(d) $\sqrt{3}$ volte quella della palla A

(8) Supponi di essere su un autobus e di cadere improvvisamente all'indietro. Puoi dedurre che l'autobus:

(a) ha diminuito la sua velocità
(b) ha aumentato la sua velocità
(c) la velocità è rimasta costante ma sta svoltando a destra
(d) la velcoità è rimasta costante ma sta svoltando a sinistra.

(9) Il modulo della velocità di un aeroplano è 142 m/s. Un vento soffia cerso sud a una velocità di 16.0 m/s. La velocità dell'aeroplano rispetto a terra è verso est.

Qual è il suo modulo?

(a) 16.2 m/s
(b) 16.0 m/s
(c) 158 m/s
(d) 141 m/s

(10) Quale delle seguenti affermazioni è vera?

(a) un vettore può avere un modulo positivo o negativo.
(b) il modulo di un vettore non può essere maggiore del modulo di una delle sue componenti vettoriali.
(c) se la componente secondo l'asse x di un vettore è minore della componente secondo l'asse y del vettore stesso, allora il vetore ha verso opposto alla sua componente secondo l'asse y.
(d) il modulo di un vettore risulta nullo solo se tutte le sue componenti sono nulle.

(11) Un'imbarcazione si può muovere a 40 km/h in acque calme. Quanto tempo impiega a risalire per 15 km un fiume la cui corrente ha una velocità di 10 km/h?

(a) 20 minuti
(b) 22 minuti
(c) 24 minuti
(d) 30 minuti.

(12) Il principio di inerzia afferma che:
   (a) tutti i corpi oppongono resistenza a muoversi
   (b) tutti i corpi tendono a muoversi a velocità costante
   (c) tutti i corpi si muovono di moto rettilineo uniforme se la forza totale agente su essi è nulla
   (d) tutti i corpi sui quali agiscono delle forze si muovono di un moto che non è rettilineo uniforme.

(13) Un ascensore del peso di 20000N è trainato da un cavo d'acciaio. Qual è la tensione a cui è sottoposto il cavo nel caso in cui l'ascensore sia accelerato verso l'alto con a=$-3m/s^2$ (si assuma $g = 9.8m/s^2$)?
   (a) 14.0kN
   (b) 26.2kN
   (c) 20.0kN
   (d) 23.2kN

(14) Il pilota sgancia una bomba da un aereo che vola in direzione orizzontale. Quando la bomba colpisce il suolo, la posizione orizzontale dell'aereo sarà:
   (a) dietro quella della bomba
   (b) dipende dalla velocità posseduta nel momento dello sganciamento;
   (c) davanti a quella della bomba
   (d) corrispondente a quella della bomba.

(15) La traiettoria di un proeittile lanciato con velocità orizzontale da una certa altezza è:
   (a) una retta obliqua descritta a velocità costante
   (b) una retta obliqua descritta con accelerazione costante
   (c) una parabola descritta con velocità costante
   (d) una parabola descritta con accelerazione costante.

Cognome e Nome ...., classe 3 G

Verifica di matematica

Risolvere i due problemi e tre tra i quesiti del questionario.

Problemi

(1) Siano γ_1 e γ_2 due parabole soddisfacenti le seguenti condizioni:
- γ_1: passa per i punti A(-2;1), B(0;-1) e C(2;1);
- γ_2: passa per il vertice V di γ_1 e ha il vertice in C.

Determinare su γ_1 un punto P e su γ_2 un punto Q in modo tale che i triangoli VCP e VCQ risultino isosceli.

Calcolare l'area del quadrilatero non intrecciato VCPQ.

(2) Scrivere l'equazione della parabola tangente nel punto A(2,2) alla retta di coefficiente angolare m=-1 ed avente il vertice sulla retta di equazione x=3.

Determinare sulla parabola un punto P in modo che l'area del triangolo APH risulti pari a 1, con H proiezione ortogonale di P sulla retta tangente alla parabola passante per A.

Questionario

Indicare quali esercizi devono essere corretti.

1	2	3	4	5

(1) Disegnare i grafici delle funzioni irrazionali:

$$y = \sqrt{4 - x^2}, y = \sqrt{4 - x}$$

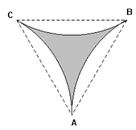
(2) Per quali valori del parametro reale k, la circonferenza di equazione $x^2+y^2-(4k+1)x+2ky-1=0$ ha il centro sulla retta di equazione $3y+2x-1=0$?

(3) Determinare le equazioni delle rette tagenti alla parabola di equazione

$$y = x^2 - x$$

passanti per il punto P(3;-2).

(4) Determinare l'area della regione piana indicata in figura, sapendo che ABC è un triangolo equilatero e i tre archi disegnati appartengono a circonferenze tangenti a due a due.



(5) Tra tutte le parabole di equazione: $3ky - (2k+1)x^2 + 1 = 0$ determinare quella che ha il vertice sulla retta di equazione $x = 3$.

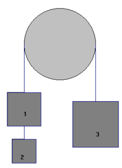
Cognome e Nome ...., classe 3 G/H

Verifica di fisica, 20 maggio 2006

(1) Definire il peso e il peso apparente di un corpo. In particolare dire quando queste due forze hanno modulo uguale.

(2) Enunciare il secondo principioi della dinamica.

(3) In figura è rappresentata una m̈acchina di Atwood, sapendo che $m_1 = 2.0kg$, $m_2 = 0.5kg$ e $m_3 = 3.0kg$.



(a) Rappresentare tutte le forze che agiscono sulle masse.
(b) Fissati opportuni sistemi di riferimento determinare, nei sistemi scelti, le componenti dei vettori forza.
(c) Determinare l'accelerazione delle sistema e la tensione della fune posta tra la massa 1 e la massa 2.

(4) Un corpo dimassa $m = 0.25kg$ è posto alla base di un piano inclinato come in figura.

Il compito continua e si conclude sull'altra facciata

Sapendo che l'angolo alla base del piano è di $30°$, la sua lunghezza è 1 m e che il modulo del vettore velocità del corpo è 10 km/h, determinare il punto in cui il corpo tocca il suolo. Si assuma che il piano risulti perfettamente liscio e si trascuri l'attrito dell'aria.

(5) Due forze entrambe di intensità di 10N formano un angolo di $120°$. Quale deve essere l'intensità di una terza forza in grado di equlilibrare le prime due in modo che la risultante sia nulla?
(*Giustificare brevemente la scelta effettuata*).
(a) 5 N
(b) 10 N
(c) 15 N
(d) 20 N
(e) 25 N

(6) Un sasso è lanciato con velocità iniziale orizzontale di 15 m/s da una collina alta 100 m. A quale distanza circa cadrà sul terreno?
(*Giustificare brevemente la scelta effettuata*).
(a) 48 m
(b) 52 m
(c) 56 m
(d) 60 m
(e) 68 m

Cognome e Nome ...., classe 4 E

Verifica di matematica, 25 maggio 2006

(1) Due superficie sferiche S_1 e S_2 di raggio rispettivamente r e $2r$ sono tangenti in A ad uno stesso piano π ed hanno il centro nello stesso semispazio.

Tracciato un piano parallelo a π, sia α, che taglia le due superficie secondo le circonferenze γ_1 e γ_2, esprimere in funzione di x, distanza del piano α da π, i volumi dei due cilindri C_1 e C_2 costruiti nel seguente modo:

(a) C_1 ha per base il cerchio delimitato da γ_1 e per altezza la distanza tra i due piani;

(b) C_2 è il cilindro inscritto nella sfera S_2, avente per base il cerchio delimitato da γ_2.

Determinare per quale valore di x il rapporto tra i volumi dei due coni è $\dfrac{1}{6}$.

(2) La piramide $VABC$ ha per base il triangolo ABC, retto in A, e per altezza lo spigolo VA. Sapendo che $\overline{VA} = \overline{AC} = \overline{BC} = a$

- determinare la superficie totale del solido;
- detto π un piano parallelo al piano di base che taglia gli spigoli VA, VB e VC rispettivamente in A_1, B_1 e C_1, esprimere in funzione di $x = \overline{VA_1}$ il volume della piramide di vertici $VA_1B_1C_1$ e del prisma di vertici $A_1B_1C_1A_2B_2C_2$, dove A_2, B_2 e C_2 sono le proiezioni ortogonali sul piano di base rispettivamente dei punti A_1, B_1 e C_1.
- per quale valore di x i volumi dei due solidi precedenti sono uguali?
- per il valore di x ottenuto al punto precedente determinare il volume del solido $B_1B_2BC_1C_2C$.

Questionario

Indicare gli esercizi che devono essere corretti: | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |

(1) Risolvere le seguenti disequazioni:

$$\log_2(25 - x^2) - \log_{\frac{1}{2}}(2 + x) \geq 1; 2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 6 < 0.$$

(2) Tramite il principio di Cavalieri dimostrare che il volume della sfera di raggio R è $\dfrac{4\pi R^3}{3}$.

(3) Verificare che la superficie laterale di un tronco di cono circolare retto di altezza R e con i raggi di base rispettivamente R e $2R$ è $3\pi R^2\sqrt{2}$.

(4) Assegnato l'ottaedro regolare di spigolo a determinare l'angolo formato da due facce aventi uno spigolo in comune.

(5) Calcolare i seguenti limiti:

$$\lim_{x\to -1} \frac{x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 4x + 2}{x^4 + 2x^3 - x^2 - 4x - 2}; \lim_{x\to 2} \frac{x^4 - 5x^3 + 6x^2 + 4x - 8}{x^4 - 5x^3 + 5x^2 + 4x - 4}$$

Cognome e Nome ...., classe 3 C

Verifica di matematica, 29 maggio 2006

(1) Scrivere l'equazione della parabola p_1 passante per A(0;1), avente asse di simmetria parallelo all'asse delle ordinate e con il vertice in V(3;2).

Scrivere l'equazione della parabola p_2, simmetrica di p_1 rispetto alla retta passante per A e perpendicolare all'asse delle ascisse.

Nella parte di piano delimitato da p_1 e p_2 inscrivere un rettangolo avente area pari a $\frac{68}{9}$. Quante soluzioni ammette il problema?

(2) Sono assegnate le circonferenze di equazione $x^2 + y^2 - 2x = 0$ e $x^2 + y^2 + 2x - 4y$. Determinare i punti comuni a tali curve, siano A e B.

Scrivere l'equazione della parabola passante per A, B e per il punto di coordinate (-2;0), avente l'asse di simmetria parallelo all'asse delle ordinate. Determinare i punti comuni alla parabola e alla circonferenza di raggio maggiore.

Determinare una retta passante per O(0;0), che incontra la parabola in P e la circonferenza di raggio minore in Q in modo che l'area del quadrilatero PAQB sia uguale a 2.

Questionario.

Indicare i tre esercizi che devono essere corretti.

1	2	3	4	5

(1) Determinare l'equazione della retta tangente all'ellisse di equazione:

$$\frac{x^2}{4} + \frac{3y^2}{4} = 1$$

nel suo punto di coordinate (1;1).

(2) Sia γ la parabola di equazione $y = x^2$ e ω_k l'omotetia di centro O e rapporto di omotetia k. Dopo aver verificato che la retta r di equazione $y = 2x - 1$ è tangente a γ, mostrare che $\omega_k(r)$ è tangente a $\omega_k(\gamma_k)$.

(3) Data la famiglia di parabole di equazione $y - (3k+1)x^2 + 2kx = 0$ indicare con V_k il vertice. Determinare il luogo descritto dal vertice al variare di k.

(4) Data la parabola di equazione $2y - x^2 = 0$ scrivere l'equazione della retta tangente a tale parabola nel suo vertice. Tra tutte le circonferenze tangenti a tale retta nel vertice della parabola determinare quella osculatrice.

(5) Tra tutte le circonferenze di equazione $x^2 + y^2 - 2kx + (4k - 1)y = 0$ determinare quelle che hanno il centro sull'asse di simmetria della parabola di equazione $x = y - 4y^2$.

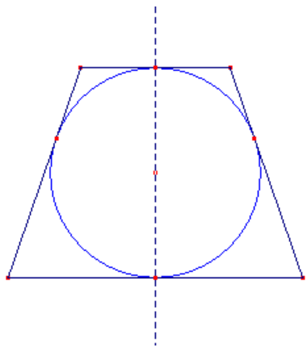
Cognome e Nome ...., classe 4 E
Esercizi di matematica

Risolvere la seguente disequazione logaritmica.

$$\log(2x-3) - 2\log^2(2x-3) + 1 \geq 0$$

Dato il trapezio ABCD, isoscele e circoscritto ad una circonferenza di raggio r, dimostrare che:

- dimostrare che la somma delle basi è congruente alla somma dei lati obliqui;
- indicata con $2x$ la misura della base minore, e con $2y$ la misura della base maggiore, esprimere y in funzione di x;
- esprimere in funzione di x le misure dei volumi del tronco di cono che si ottiene in una semi-rotazione del trapezio attorno al diametro della circonferenza ortogonale alle due basi; esprimere quindi il volume della sfera di raggio r;
- per quale valore dell'indeterminata x il rapporto tra il volume del tronco di cono e il volume della sfera è pari a $\frac{21}{8}$?



Cognome e Nome ...., classe 4 E

Verifica di matematica, 5 giugno 2006

(1) Un cono circolare retto di vertice V è circoscritto ad una semisfera di raggio r. Sapendo che il cerchio di base di cono e sfera giacciono su di uno stesso piano, sia π, e che la semiapertura del cono è $45°$, determinare raggio di base e altezza del cono.

Indicato con α un piano parallelo al piano π che taglia i due solidi secondo i cerchi γ e γ' esprimere in funzione di $\sqrt{2}x$, distanza tra i due piani, la superficie della corona circolare delimitata da γ e γ'.

Per quale valore di x risulta tale superficie pari a $\dfrac{\pi r^2}{10}$?

(2) Assegnato il cubo di spigolo l, siano $A, B, C, D, A', B', C', D'$ con $ABCD$ e $A'B'C'D'$ facce opposte, AA', BB', CC', DD' spigoli, mostrare che il poliedro convesso avente per vertici i centri delle facce è un ottaedro rgolare.

Esprimere in funzione di l la superficie totale di tale solido.

Tagliato l'ottaedro con il piano passante per i punti $AA'CC'$, disegnare la sezione del solido.

Questionario.

Indicare i tre esercizi che devono essere corretti.

1	2	3	4	5

(1) Esprimere in funzione dello spigolo il volume dell'ottaedro regolare.

(2) Risolvere le seguetni disequazioni:

$$\log_{\frac{2}{3}}(4x-1) + \log_{\frac{3}{2}} 25 - x^2 \geq 1$$

$$\frac{2^{7x-3} - 5}{5^{(2x+1)} - 25^{x-1}} \leq 0$$

(3) Mostrare che la sezione tra un piano e una sfera è una circonferenza.

(4) Calcolare i seguenti limiti:

$$\lim_{x\to 2} \frac{3x^3 - 11x^2 + 8x + 4}{x^3 - 3x^2 + 4}; \lim_{x\to 3} \frac{2x^3 - 16x^2 + 42x - 36}{x^3 - 5x^2 + 7x - 3}$$

(5) Determinare il raggio delle sfere rispettivametne inscritta e circoscritta ad un cubo di spigoloo l. Quanto vale il rapporto tra le due sueperficie?

Cognome e Nome ...., classe 3 G

Verifica per il saldo del debito di matematica

(1) Risolvere, utilizzando il metodo grafico, le seguenti disequazioni:

$$\sqrt{4-x^2} \leq 2x+1$$

$$\sqrt{9-x^2} \geq \sqrt{4-x}$$

(2) Tra tutte le rette di equazione $(1+2k)y+(1-)x-2k=0$ determinare:
   (a) quella che passa per il punto $P(2,2)$, sia s;
   (b) quella che risulta ortogonale a s, sia t;
   (c) detto A il punto comune a s e t, determinare su s il punto B e su t il punto D, in modo che: B appartenga al primo quadrante; D appartenga al secondo quadrante; $\overline{AB}=\overline{AD}=\sqrt{10}$;
   (d) il punto C in modo che il quadrilatero $ABCD$ risulti un quadrato.

(3) Scrivere l'equazione della parabola avente asse di simmetria parallelo all'asse delle ordinate con il vertice in $V(2,-1)$ e passante per il punto $A(0,1)$. Scritta l'equazione della retta tangente in A alla parabola, sia t, determinare l'equazione della circonferenza tangente in A alla retta t ed avente il centro sull'asse delle ascisse.

Cognome e Nome ...., classe 3 G/H

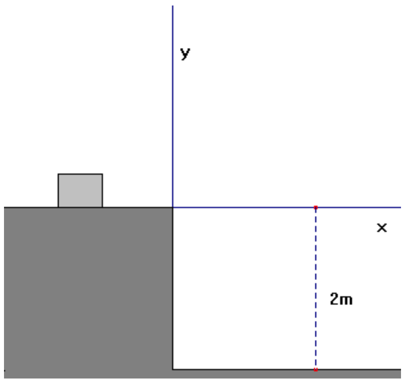
Verifica per il saldo del debito di fisica

(1) I dati seguenti rappresentano le misurazioni del volume (V) occupato dall'acqua contenuta in un recipiente, in funzione dell'altezza raggiunta dal liquido (h)

Misurazione	Altezza (h) (cm)	Volume (V) (cm^3)
1	1.0	4.1
2	2.0	7.9
3	3.5	14.6
4	5.2	20.1
5	6.3	24.8

Mostrare che le due misure sono legate da un rapporto di proporzionalità diretta. Calcolare il coefficiente di proporzionalità.

(2) Un corpo di massa 5kg si muove lungo il piano in figura con velocità inziale pari a 2 m/s.

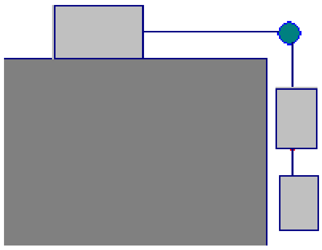


Supponendo il piano liscio:

(a) Nel sistema di riferimento indicato in figura, scrivere le equazioni di moto del corpo;

(b) determinare il punto in cui il corpo cade.

(3) In figura sono indicati tre corpi di uguale massa, pari a 2 kg, collegati tra loro da funi di massa trascurabile e inestendibili.



(a) Supponendo il piano perfettamente liscio, indicare tutte le forze che agiscono sui tre corpi.
(b) Determinare l'accelerazione delle varie masse.
(c) Calcolare le tensioni delle funi.

Cognome e Nome ...., classe 4 E

Verifica per il saldo del debito di matematica

(1) Risolvere le seguenti equazioni logaritmiche o esponenziali:
 (a) $3 \cdot 2^{2x} - 5 \cdot 2^x - 2 = 0$
 (b) $\log_3(2x+1) + \log_{\frac{1}{3}}(4-x) = 1$.

(2) Risolvere le seguenti disequazioni goniometriche nell'intervallo $[0, 2\pi)$:
 (a) $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) - \sqrt{2}\sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) \geq 1$;
 (b) $\dfrac{2\sin\alpha - 1}{\sqrt{3}\cos\alpha + 1} \leq 0$.

(3) Su un piano si pongono:
 (a) un cono circolare retto la cui altezza è uguale al diametro di base $2r$;
 (b) una sfera il cui diametro è uguale a quello della base del cono.
 Si chiede di segare questi due solidi con un piano parallelo al piano di base in modo che la somma delle aree delle sezioni dei due solidi con il piano sia uguale a quello del cerchio di diametro $2r$.

(4) È assegnato l'arco AB, quarta parte della circonferenza di centro O e raggio r. Sull'arco di estremi AB si prenda un punto P e per P si tracci la tangente alla circonferenza che incontra le rette OA e OB rispettivamente in R e in Q.
 Determinare il punto P in modo che la differenza tra i segmenti PQ e PR sia r.

Cognome e Nome ...., classe 4 E

Verifica per il saldo del debito di fisica

Meccanica

(1) Un oggetto è lanciato verticalmente verso l'alto a una data velocità.
Trascurando la resistenza dell'aria e la variazione dell'accelerazione di gravità con l'altezza, quale delle seguenti affermazioni è corretta?
(a) L'energinta cinetica dell'oggetto è massima alla massima altezza raggiunta.
(b) Se la velocità iniziale raddoppia, la massima altezza raggiunta è quattro volte maggiore.
(c) La quantità di moto dell'oggetto di moto dell'oggetto è costante durante il moto.
(d) L'oggetto percorre distanze uguali in tempi uguali sia durante la salita che durante la discesa.
(e) L'energia potenziale dell'oggetto cresce della stessa quantità ogni secondo durante la salita.

(2) Sei carrelli identici sono attaccati uno all'altro e si trovano in quiete su una rotaia orizzontale. Un settimo carrello, identico hai precedenti, che viaggia ad $1ms^{-1}$ urta i carrelli fermi rimanendovi attaccato.
Trascurando effetti di attrito, la velocità con cui i sette carrelli iniziano a muoversi è, in ms^{-1}, $\cdots$
(a) $\cdots$ 1
(b) $\cdots$ $1/\sqrt{7}$
(c) $\cdots$ 1/6
(d) $\cdots$ 1/7
(e) $\cdots$ 6/7.

(3) Sulla maggior parte delle automobili viene montato il dispositivo noto come airbag che si gonfia automaticamente e istantaneamente in caso di urto contro un ostacolo.
Lo scopo dell'airbag è quello di proteggere il guidatore $\cdots$
(a) $\cdots$ aumentando la variazione della sua quantità di moto per unità di tempo.
(b) $\cdots$ riducendo la variazione della quantità di moto per unità di tempo.
(c) $\cdots$ riducendo la sua velocità finale.
(d) $\cdots$ riducendo la variazione totale della sua quantità di moto.
(e) $\cdots$ aumentando la variazione totale della sua quantità di moto.

(4) Un oggetto di massa pari a $2kg$ che si muovono ad una velocità di $10ms^{-1}$ in direzione nord subisce un urto perfettamente elastico con un oggetto di massa pari a $5kg$ che sta viaggiando ad una velocità di $4ms^{-1}$ verso sud.
Quanto vale la quantità di moto totale del sistema dei due oggetti immediatamente dopo l'urto?
(a) 0
(b) $20kgms^{-1}$, verso nord

(c) $20 kgms^{-1}$, verso sud
(d) $40 kgms^{-1}$, verso nord
(e) $40 kgms^{-1}$, verso sud.

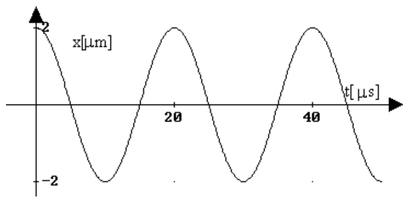
(5) Un ragazzo di 50 chili che si trova sulla supeerficie della Terra eseercita sulla Terra una forza di attrazione gravitazionale che, espressa in newton, è meglio approssimata da:
(a) $3 \cdot 10^5$
(b) 50
(c) 500
(d) $2 \cdot 10^{14}$
(e) Non ci sono dati sufficienti per valutarla.

(6) Una massa di $40kg$ può essere fatta oscillare avanti e indietro lungo un binario orizzontale e liscio attaccandola ad una molla di costante elastica $k = 500Nm^{-1}$.

Qual è l'nergia totale di questo sistema oscillante se la massa viene messa in oscillazione allontanandola di $20cm$ dalla posizione di equilibrio lungo il binario?
(a) 10J
(b) 20J
(c) 50J
(d) 4000J
(e) 100000J

Onde

(1) Una particella investita da un'onda progressiva si muove di moto armonico semplice in fase con l'onda; il grafico mostra la posizione della particella in funzione del tempo.



L'onda avanza a velocità di 50 kms^{-1}.

La lunghezza d'onda è:
(a) 0.010 m;
(b) 0.020 m;
(c) 0.050 m;
(d) 0.10 m;
(e) 0.20 m.

(2) Microonde di lunghezza d'onda 2.8cm passano attraverso due strette fessure G_1 e G_2 di una barriera di alluminio. Il punto P, molto lontano dalla barriera , dista 11.2cm in più da una fessura rispetto all'altra.

Quale o quali delle seguenti affermazioni sulla radiazione che arriva in P da G_2 sono corrette?

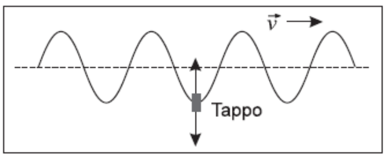
1 Arriva in fase con la radiazione proveniente da G_1.
2 Si combina costruttivamente con la radiazione proveniente da G_1.
3 Ha peercorso un numero intero di lunghezze d'onda in più rispetto alla radiazione proveniente da G_1

(a) Tutte e tre.
(b) Solo la 1 e la 2.
(c) Solo la 2 e la 3.
(d) Solo la 1.
(e) Solo la 3.

(3) Un fasccio di luce incide dall'aria in un blocco di materiale trasparente. L'angolo di incidenza è 49° e quello di rifrazione è 30°.
Qual è la velocità della luce nel materiale trasparente, in ms^{-1}?
(a) $1.8 \cdot 10^8$
(b) $2.0 \cdot 10^8$
(c) $2.3 \cdot 10^8$
(d) $3.0 \cdot 10^8$
(e) $4.5 \cdot 10^8$.

(4) La luce emessa da un laser cade su una coppia di fenditure distanti $0.1mm$ l'una dall'altra, e su uno schermo distante si osserva un sistema di frange. La separazione fra due frange brillanti consecutive è $1.0mm$.
Se, lasciando tutto il resto inalterato, si applica al laser un duplicatore di frequenza, in modo che la luce emessa abbia frequenza doppia, quale sarà ora la separazione fra le frange?
(a) $0.25mm$
(b) $0.5mm$
(c) $1.0mm$
(d) $2.0mm$
(e) $4.0mm$.

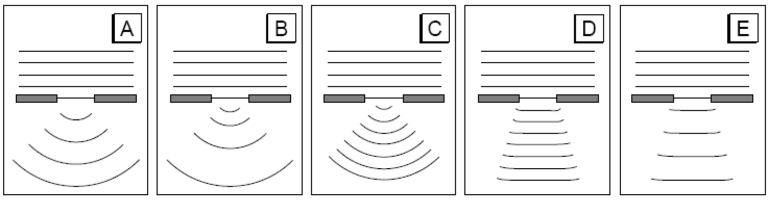
(5) Il disegno schematizza un'onda d'acqua che si propaga alla velocità di $1ms^{-1}$ e mette in moto un tappo che compie oscillazioni in $4s$.



Qual è la lunghezza d'onda?
(a) $0.25m$
(b) $0.5m$
(c) $1m$
(d) $2m$
(e) $4m$

(6) In un ondoscopio si formano sull'accqua onde piane che si propagano a velocità costante. Nei disegni seguenti, in cui le linee rappresentano i ventri del sistema di onde a un certo istante, si mostrano delle onde (in vista dall'alto) che si propagano dalla parte alta del disegno a quella bassa. A un certo puntoincontrano una barriera al cui centro vi è un'ampia interruzione.

Quale, fra i seguenti schemi rappresenta correttametne la situazione al di là della barriera?



Termologia - Termodinamica

(1) Un bollitore d'alluminio contiene $0.50kg$ d'acqua a $20°C$. Il bollitore viene scaldato finché tutta l'acqua si trasforma in vapore a $100°C$.

Quanto calore è necessario per far evaporare completamente l'acqua dopo che ha raggiunto il punto di ebollizione a $100°C$?

(a) $1.67 \cdot 10^5 J$
(b) $3.35 \cdot 10^5 J$
(c) $1.13 \cdot 10^6 J$
(d) $1.84 \cdot 10^6 J$
(e) $2.26 \cdot 10^6 J$.

(2) Quando una studentessa beve dell'acqua fredda,il suo corpo scalda l'acqua fino al raggiungimento dell'equilibrio termico.

Se la studentessa, nell'arco di una giornata, beve circa un litro e mezzo di acqua a 8°C, quanta energia sotto forma di calore deve fornire approssimativamente il suo corpo all'acqua?

NOTA: si consideri la temperatura interna della studentessa pari a 37° C

(a) $44kJ$
(b) $180kJ$
(c) $190kJ$
(d) $230kJ$
(e) $470kJ$.

(3) Una massa di $5kg$ di acqua alla temperatura di 10°C viene aggiunta ad una massa di $10kg$ di acqua alla temperatura di $40°C$.

Trascurando la capacità termica del recipiente e le perdite di calore, la temperatura di equilibrio sarà prossima a $\cdots$

(a) 20°C
(b) 25°C
(c) 30°C
(d) 33°C
(e) 35°C

Alcune costanti fisiche

COSTANTE	SIMBOLO	VALORE	UNITÀ
Velocità della luce nel vuoto	c	3.00×10^{8}	$\mathrm{m\,s^{-1}}$
Carica elementare	e	1.60×10^{-19}	C
Massa dell'elettrone	m_{e}	9.11×10^{-31}	kg
		5.11×10^{2}	$\mathrm{keV}\,c^{-2}$
Costante dielettrica del vuoto	ε_0	8.85×10^{-12}	$\mathrm{F\,m^{-1}}$
Permeabilità magnetica del vuoto	μ_0	1.26×10^{-6}	$\mathrm{H\,m^{-1}}$
Massa del protone	m_{p}	1.67×10^{-27}	kg
		9.38×10^{2}	$\mathrm{MeV}\,c^{-2}$
Costante di Planck	h	6.63×10^{-34}	$\mathrm{J\,s}$
Costante universale dei gas	R	8.31	$\mathrm{J\,mol^{-1}\,K^{-1}}$
Numero di Avogadro	N	6.02×10^{23}	$\mathrm{mol^{-1}}$
Costante di Boltzmann	k	1.38×10^{-23}	$\mathrm{J\,K^{-1}}$
Costante di Faraday	F	9.65×10^{4}	$\mathrm{C\,mol^{-1}}$
Costante di Stefan–Boltzmann	σ	5.67×10^{-8}	$\mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-4}}$
Costante gravitazionale	G	6.67×10^{-11}	$\mathrm{m^{3}\,kg^{-1}\,s^{-2}}$
Accelerazione media di gravità	g	9.81	$\mathrm{m\,s^{-2}}$
Pressione atmosferica standard	p_0	1.01×10^{5}	Pa
Temperatura standard (0°C)	T_0	273	K
Volume molare di un gas perfetto in condizioni standard (p_0, T_0)	V_{m}	2.24×10^{-2}	$\mathrm{m^{3}\,mol^{-1}}$